

Bí Kíp Thể Luyện



# CASIO LUYỆN ĐỀ

Ver 1.0 Pentakill 2018

Tháng  
6





mùa  
thi  
về

Luyện  
Đề  
ngay  
còn  
nhé

Cà Si Ồ!



Sách gồm:

-  8 đề tự luyện có đáp án chi tiết
-  8 đề tự luyện có đáp án và video chữa
-  Group kín trao đổi, hỏi đáp
-  Khóa LiveStream tổng ôn



Xin chào các em học sinh yêu quý, cuối tháng 1 vừa rồi thì BGD vừa công bố đề minh họa năm 2018 nội dung bao gồm kiến thức toán lớp 11 (chiếm 20%) và lớp 12 (chiếm 80%) và mức độ phân hóa cao hơn với 2017, nhiều câu phân loại hơn, nhằm giúp các em luyện tập tốt hơn để chuẩn bị cho kì thi cam go sắp tới thì anh phát hành cuốn sách Casio luyện đề bao gồm 8 đề bám theo mức độ đề minh họa 2018 có hướng dẫn giải chi tiết bằng tự luận và giải nhanh bằng Casio, các đề đầu anh đều hướng dẫn casio từ các bài rất dễ, các đề về sau thì chủ yếu anh hướng dẫn casio các bài khó, các bài dễ các em làm tương tự

Đi kèm cuốn sách còn có 8 đề thi thử được chữa bằng Video, Group kín để giải đáp các thắc mắc về bài tập và anh cũng thường xuyên LiveStream hướng dẫn các vấn đề khó ở group này, lúc sắp thi thì anh sẽ cùng các em học LiveStream 7 ngày cuối tổng ôn toàn bộ kiến thức, luyện bài tập, định hướng xu hướng đề thi, tuy nhiên các quyền lợi trên anh chỉ hỗ trợ các bạn học sinh mua sách gốc từ anh qua fb.com/Ad.theluc hoặc bikiptheluc.com/sach hoặc shopee.vn/bikiptheluc chứ không hỗ trợ bất cứ 1 học sinh mua sách phôtô nào về group kín hay khóa học, các em mua sách phôtô có thể mua thêm khóa Casio giải đề trên Loga.vn để luyện thêm

(<http://loga.vn/khoa-hoc/6>)

Yêu cầu trước khi sử dụng Sách là em phải hiểu được các kĩ thuật casio cơ bản lớp 11 và 12 trong sách Tuyệt Kĩ Casio 2018 Basic Ver1.0 sẽ giúp em dễ hiểu hơn rất nhiều. Cố gắng lên em nhé!

Chúc các em học tốt! Các em truy cập vào đây để update:

**<http://bikiptheluc.com/sach>**

CASIO EXPERT : Nguyễn Thế Lực

**NHÀ SÁCH ĐẠI HỌC**

**TIẾP SỨC MÙA THI**

**Bí Kíp Thế Lực**

Casio Expert: Nguyễn Thế Lực  
Bikiptheluc.com - Luyenthipro.vn  
ĐT: 0977.543.462 - Fb: AD.Theluc

Casio

Luyện

Đề

2018 Ver1.0

Penakill version



**Danh mục sách :**

<b>Giải Đề Minh Họa 2018.....</b>	<b>4</b>
<b>Đề số 1.....</b>	<b>34</b>
<b>Đề số 2.....</b>	<b>69</b>
<b>Đề số 3.....</b>	<b>102</b>
<b>Đề số 4.....</b>	<b>136</b>
<b>Đề số 5.....</b>	<b>160</b>
<b>Đề số 6.....</b>	<b>193</b>
<b>Đề số 7.....</b>	<b>227</b>
<b>Đề số 8.....</b>	<b>260</b>

\*Hướng dẫn vào Group kín, nhận 8 đề thi thử có video chữa chi tiết bằng Casio

**Bước 1: Gửi Gmail**

+ Nếu các em mua qua <https://shopee.vn/bikiptheluc> thì nhấn vào Chat Ngay rồi inbox cho bên anh Gmail

+ Nếu các em mua trên <http://bikiptheluc.com/sach> hoặc nhờ người mua trực tiếp thì các em inbox vào facebook cá nhân (<https://www.facebook.com/Ad.theluc>) cho anh Gmail, số điện thoại + Ảnh sách có đóng dấu đỏ cùng tem BKTŁ sau đó trợ lí của anh sẽ check và gửi cho em sớm

**Bước 2: Bên anh phản hồi và cách vào Group kín**

Sau khi em gửi Gmail cho anh sau 24h em check mail sẽ thấy anh chia sẻ 1 thư mục, nếu không thấy thì em vào <http://bikiptheluc.com/sach> bấm vào các mục xem thấy xem được Video giải đề hay chưa và chú ý cái file Group Kín.txt trong đó chứa Link để vào group, các em gửi yêu cầu vào group đó nhớ điền Gmail các em đăng kí sách vào chỗ trả lời câu hỏi, bên anh sẽ xác nhận và cho em vào nhóm.

Sau đó thì cứ yên tâm thôi, dạy gì thì anh thông báo thời gian để học, ra video gì mới thì anh cũng báo để biết đường mò vào cây, quan trọng là chịu khó các thứ khác anh đã lo.

### Cấu Trúc Đề Minh Họa 2018

Lớp 11 20%	Lượng Giác	1
	Chỉnh hợp, tổ hợp, xác suất, nhị thức Newton	4
	Dãy Số - Cấp số	1
	Giới Hạn - Đạo Hàm	1
	HHKG - khoảng cách	3
Lớp 12 80%	Hàm Số	11
	Mũ Log	5
	Nguyên Hàm - Tích Phân	7
	Số Phức	4
	Hình Oxyz	8
	HHKG - thể tích	5

#### Góc giới thiệu

Các sách khác các em tham khảo tại : <http://bikiptheluc.com/sach>

Khóa Học LiveStream các em tham khảo tại : <http://bikiptheluc.com/live>

Các khóa học Video quay sẵn các em tham khảo tại : <http://loga.vn/>

Hướng dẫn bài tập sách giáo khoa các cấp em tham khảo tại : <http://dehoctot.vn/>

Địa chỉ dạy off : P301, số 68 ngõ 66B Triều Khúc, Thanh Xuân, Hà Nội



Sư Phụ : Nguyễn Thế Lực

Fb.com/Ad.theluc (Anh hay chia sẻ tài liệu trên facebook này)

Youtube : MrTheLuc95

Tel: 0977.543.462 - 0968.368.653

Email: [theluc95@gmail.com](mailto:theluc95@gmail.com)

CEO at Bikiptheluc.com - Loga.vn - Luyenthipro.vn

Sở thích: viết sách, lập trình, làm mạch.

Nghề nghiệp: Dạy học, Code, MMO, Đào Coin,...



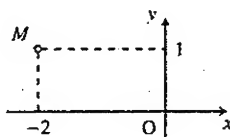
**BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA**  
**ĐỀ THI THAM KHẢO NĂM 2018**

**Bài thi: TOÁN**

*Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề*

**Câu 1.** Điểm  $M$  trong hình vẽ bên là biểu diễn số phức

- A.  $z = -2 + i$ .  
B.  $z = 1 - 2i$ .  
C.  $z = 2 + i$ .  
D.  $z = 1 + 2i$ .



**Câu 2.**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{x+3}$  bằng

- A.  $-\frac{2}{3}$ .      B. 1.      C. 2.      D. -3.

**Câu 3.** Cho tập hợp  $M$  có 10 phần tử. Số tập con gồm 2 phần tử của  $M$  là

- A.  $A_{10}^8$ .      B.  $A_{10}^2$ .      C.  $C_{10}^2$ .      D.  $10^2$ .

**Câu 4.** Thể tích của khối chóp có chiều cao bằng  $h$  và diện tích đáy bằng  $B$  là

- A.  $V = \frac{1}{3}Bh$ .      B.  $V = \frac{1}{6}Bh$ .      C.  $V = Bh$ .      D.  $V = \frac{1}{2}Bh$ .

**Câu 5.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau

$x$	$-\infty$	$-2$	$0$	$2$	$+\infty$			
$y'$		$+$	$0$	$-$	$0$	$+$	$0$	$-$
$y$			$3$		$-1$		$3$	

Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên khoảng nào dưới đây

- A.  $(-2; 0)$ .      B.  $(-\infty; -2)$ .      C.  $(0; 2)$ .      D.  $(0; +\infty)$ .

**Câu 6.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Gọi  $D$  là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  ( $a < b$ ). Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay  $D$  quanh trục hoành được tính theo công thức

- A.  $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$ .      B.  $V = 2\pi \int_a^b f^2(x) dx$ .      C.  $V = \pi^2 \int_a^b f^2(x) dx$ .      D.  $V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx$ .

**Câu 7.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau

$x$	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$y'$		-	0	+	0	-	
$y$	$+\infty$				5		$-\infty$

$\swarrow$        $\nearrow$        $\searrow$   
 1      5       $-\infty$

Hàm số đạt cực đại tại điểm

- A.  $x=1$ .      B.  $x=0$ .      C.  $x=5$ .      D.  $x=2$ .

Câu 8. Với  $a$  là số thực dương bất kỳ, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $\log(3a) = 3\log a$ .      B.  $\log a^3 = \frac{1}{3}\log a$ .      C.  $\log a^3 = 3\log a$ .      D.  $\log(3a) = \frac{1}{3}\log a$ .

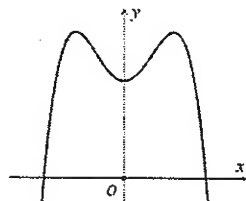
Câu 9. Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3x^2 + 1$  là

- A.  $x^3 + C$ .      B.  $\frac{x^3}{3} + x + C$ .      C.  $6x + C$ .      D.  $x^3 + x + C$ .

Câu 10. Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(3; -1; 1)$ . Hình chiếu vuông góc của  $A$  trên mặt phẳng  $(Oyz)$  là điểm

- A.  $M(3; 0; 0)$ .      B.  $N(0; -1; 1)$ .      C.  $P(0; -1; 0)$ .      D.  $Q(0; 0; 1)$ .

Câu 11. Đường cong trong hình bên



là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

- A.  $y = -x^4 + 2x^2 + 2$ .      B.  $y = x^4 - 2x^2 + 2$ .      C.  $y = x^3 - 3x^2 + 2$ .      D.  $y = -x^3 + 3x^2 + 2$ .

Câu 12. Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$ . Đường thẳng  $d$  có một vectơ chỉ phương là

- A.  $\vec{u}_1 = (-1; 2; 1)$ .      B.  $\vec{u}_2 = (2; 1; 0)$ .      C.  $\vec{u}_3 = (2; 1; 1)$ .      D.  $\vec{u}_4 = (-1; 2; 0)$ .

Câu 13. Tập hợp nghiệm của bất phương trình  $2^{2x} < 2^{x-6}$  là

- A.  $(0; 6)$ .      B.  $(-\infty; 6)$ .      C.  $(0; 64)$ .      D.  $(6; +\infty)$ .

Câu 14. Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng  $3\pi a^2$  và bán kính đáy bằng  $a$ . Độ dài đường sinh của hình nón đã cho bằng

- A.  $2\sqrt{2}a$ .      B.  $3a$ .      C.  $2a$ .      D.  $\frac{3a}{2}$ .

Câu 15. Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $M(2; 0; 0)$ ,  $N(0; -1; 0)$  và  $P(0; 0; 2)$ . Mặt phẳng  $(MNP)$  có phương trình là

A.  $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 0$ . B.  $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = -1$ . C.  $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$ . D.  $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$ .

Câu 16. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng

A.  $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$ . B.  $y = \frac{x^2}{x^2 + 1}$ . C.  $y = \sqrt{x^2 - 1}$ . D.  $y = \frac{x}{x + 1}$ .

Câu 17. Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau

$x$	$-\infty$	$-1$	$3$	$+\infty$		
$y'$		$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$y$			$4$		$-2$	

Số nghiệm phương trình  $f(x) - 2 = 0$  là

A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 18. Giá trị lớn nhất của hàm số  $f(x) = x^4 - 4x^2 + 5$  trên đoạn  $[-2; 3]$  bằng

A. 50. B. 5. C. 1. D. 122.

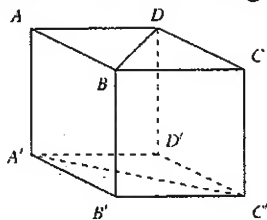
Câu 19. Tích phân  $\int_0^2 \frac{dx}{x+3}$  bằng

A.  $\frac{16}{225}$ . B.  $\log \frac{5}{3}$ . C.  $\ln \frac{5}{3}$ . D.  $\frac{2}{15}$ .

Câu 20. Gọi  $z_1$  và  $z_2$  là hai nghiệm phức của phương trình  $4z^2 - 4z + 3 = 0$ . Giá trị của biểu thức  $|z_1| + |z_2|$  bằng

A.  $3\sqrt{2}$ . B.  $2\sqrt{3}$ . C. 3. D.  $\sqrt{3}$ .

Câu 21. Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh bằng  $a$ . (tham khảo hình bên)



Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $BD$  và  $A'C'$  bằng

A.  $\sqrt{3}a$  B.  $a$  C.  $\frac{\sqrt{3}a}{2}$  D.  $\sqrt{2}a$

Câu 22. Một người gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 0,4%/tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau đúng 6 tháng, người đó được lĩnh số tiền (cả vốn ban đầu và lãi) gần nhất với số nào dưới đây, nếu trong thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi?

A. 102.424.000 đồng.

B. 102.423.000 đồng. C. 102.016.000 đồng.

D. 102.017.000 đồng.

Câu 23. Một hộp chứa 11 quả cầu gồm 5 quả cầu màu xanh và 6 quả cầu màu đỏ. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 2 quả cầu từ hộp đó. Xác suất để 2 quả cầu chọn ra cùng màu bằng

A.  $\frac{5}{22}$ .

B.  $\frac{6}{11}$ .

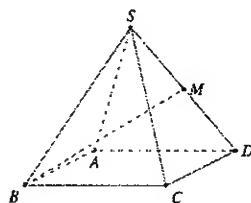
C.  $\frac{5}{11}$ .

D.  $\frac{8}{11}$ .

Câu 24. Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(-1;2;1)$  và  $B(2;1;0)$ . Mặt phẳng qua  $A$  và vuông góc với  $AB$  có phương trình là

A.  $3x - y - z - 6 = 0$ . B.  $3x - y - z + 6 = 0$ . C.  $x + 3y + z - 5 = 0$ . D.  $x + 3y + z - 6 = 0$ .

Câu 25. Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh bằng  $a$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $SD$  (tham khảo hình vẽ bên).



Tang của góc giữa đường thẳng  $BM$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng

A.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

B.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ .

C.  $\frac{2}{3}$ .

D.  $\frac{1}{3}$ .

Câu 26. Với  $n$  là số nguyên dương thỏa mãn  $C_n^1 + C_n^2 = 55$ , số hạng không chứa  $x$  trong

khai triển của biểu thức  $\left(x^3 + \frac{2}{x^2}\right)^n$  bằng

A. 322560.

B. 3360.

C. 80640.

D. 13440.

Câu 27. Tổng giá trị tất cả các nghiệm của phương trình  $\log_3 x \cdot \log_9 x \cdot \log_{27} x \cdot \log_{81} x = \frac{2}{3}$  bằng

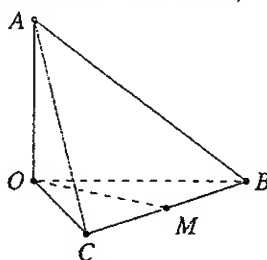
A.  $\frac{82}{9}$ .

B.  $\frac{80}{9}$ .

C. 9.

D. 0.

Câu 28. Cho tứ diện  $OABC$  có  $OA, OB, OC$  đôi một vuông góc với nhau và  $OA = OB = OC$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$  (tham khảo hình bên).



Góc giữa hai đường thẳng  $OM$  và  $AB$  bằng



A.  $90^\circ$ .

B.  $30^\circ$ .

C.  $60^\circ$ .

D.  $45^\circ$ .

Câu 29. Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai đường thẳng  $d_1: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{1}$ ;

$d_2: \frac{x-5}{-3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$  và mặt phẳng  $(P): x+2y+3z-5=0$ . Đường thẳng vuông góc với  $(P)$ , cắt  $s_1$  và  $d_2$  có phương trình là

A.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$ .

B.  $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{3}$ .

C.  $\frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{3}$ .

D.  $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}$ .

Câu 30. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số  $m$  để hàm số  $y = x^3 + mx - \frac{1}{5x^5}$  đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$ ?

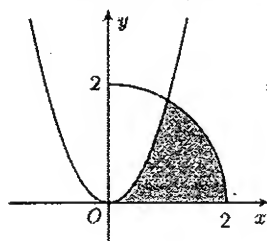
A. 5.

B. 3.

C. 0.

D. 4.

Câu 31. Cho hình  $(H)$  là hình phẳng giới hạn bởi parabol  $y = \sqrt{3}x^2$ , cung tròn có phương trình  $y = \sqrt{4-x^2}$  (với  $0 \leq x \leq 2$ ) và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ).



Diện tích của  $(H)$  bằng

A.  $\frac{4\pi + \sqrt{3}}{12}$ .

B.  $\frac{4\pi - \sqrt{3}}{12}$ .

C.  $\frac{4\pi + 2\sqrt{3} - 3}{6}$ .

D.  $\frac{5\sqrt{3} - 2\pi}{3}$ .

Câu 32. Biết  $\int_1^2 \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x+x\sqrt{x+1}}} = \sqrt{a} - \sqrt{b} - c$  với  $a, b, c$  là các số nguyên dương. Tính

$P = a + b + c$ .

A.  $P = 24$ .

B.  $P = 12$ .

C.  $P = 18$ .

D.  $P = 46$ .

Câu 33. Cho tứ diện đều  $ABCD$  có cạnh bằng 4. Tính diện tích xung quanh  $S_{xq}$  của hình trụ có một đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tam giác  $BCD$  và chiều cao bằng chiều cao của tứ diện  $ABCD$ .

A.  $S_{xq} = \frac{15\sqrt{2}\pi}{3}$ .

B.  $S_{xq} = 8\sqrt{2}\pi$ .

C.  $S_{xq} = \frac{15\sqrt{3}\pi}{3}$ .

D.  $S_{xq} = 8\sqrt{3}\pi$ .

Câu 34. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số  $m$  để phương trình  $16^x - 2 \cdot 12^x + (m-2)9^x = 0$  có nghiệm dương?

- A. 1. B. 2. C. 4. D. 3.

Câu 35. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để phương trình

$$\sqrt[3]{m+3}\sqrt[3]{m+3}\sin x = \sin x \text{ có nghiệm thực?}$$

- A. 5. B. 7. C. 3. D. 2.

Câu 36. Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực  $m$  sao cho giá trị lớn nhất của hàm số  $y = |x^3 - 3x + m|$  trên đoạn  $[0; 2]$  bằng 3. Số phần tử của  $S$  là

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 6.

Câu 37. Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{\frac{1}{2}\}$  thỏa mãn  $f'(x) = \frac{2}{2x-1}$ ,  $f(0) = 1$  và  $f(1) = 2$ .

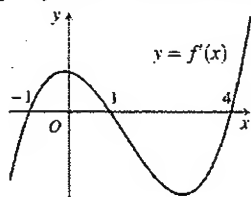
Giá trị của biểu thức  $f(-1) + f(3)$  bằng

- A.  $4 + \ln 15$ . B.  $2 + \ln 15$ . C.  $3 + \ln 15$ . D.  $\ln 15$ .

Câu 38. Cho số phức  $z = a + bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) thỏa mãn  $z + 2 + i - |z|(1 + i) = 0$  và  $|z| > 1$ . Tính  $P = a + b$ .

- A.  $P = -1$ . B.  $P = -5$ . C.  $P = 3$ . D.  $P = 7$ .

Câu 39. Cho hàm số  $y = f(x)$ . Hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình bên.



Hàm số  $y = f(2-x)$  đồng biến trên khoảng

- A.  $(1; 3)$ . B.  $(2; +\infty)$ . C.  $(-2; 1)$ . D.  $(-\infty; -2)$ .

Câu 40. Cho hàm số  $y = \frac{-x+2}{x-1}$  có đồ thị  $(C)$  và điểm  $A(a; 1)$ . Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các giá trị thực của  $a$  để có đúng một tiếp tuyến của  $(C)$  đi qua  $A$ . Tổng giá trị tất cả phần tử của  $S$  bằng

- A. 1. B.  $\frac{3}{2}$ . C.  $\frac{5}{2}$ . D.  $\frac{1}{2}$ .

Câu 41. Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(1; 1; 2)$ . Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $M$  và cắt các trục  $x'Ox, y'Oy, z'Oz$  lần lượt tại các điểm  $A, B, C$  sao cho  $OA = OB = OC \neq 0$ ?

- A. 3. B. 1. C. 4. D. 8.

Câu 42. Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $\log u_1 + \sqrt{2 + \log u_1 - 2 \log u_{10}} = 2 \log u_{10}$  và  $u_{n+1} = 2u_n$  với mọi  $n \geq 1$ . Giá trị nhỏ nhất của  $n$  để  $u_n > 5^{100}$  bằng

- A. 247. B. 248. C. 229. D. 290.

Câu 43. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $y = |3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m|$  có 7 điểm cực trị?

- A. 3. B. 5. C. 6. D. 4.

Câu 44. Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(2;2;1)$ ,  $B\left(-\frac{8}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}\right)$ . Đường thẳng đi qua tâm đường tròn nội tiếp của tam giác  $OAB$  và vuông góc với mặt phẳng  $(OAB)$  có phương trình là

- A.  $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+1}{2}$ . B.  $\frac{x+1}{1} = \frac{y-8}{-2} = \frac{z-4}{2}$ .  
C.  $\frac{x+\frac{1}{3}}{1} = \frac{y-\frac{5}{3}}{-2} = \frac{z-\frac{11}{6}}{2}$ . D.  $\frac{x+\frac{2}{9}}{1} = \frac{y-\frac{2}{9}}{-2} = \frac{z-\frac{5}{9}}{2}$ .

Câu 45. Cho hình vuông  $ABCD$  và  $ABEF$  có cạnh bằng 1, lần lượt nằm trên hai mặt phẳng vuông góc với nhau. Gọi  $S$  là điểm đối xứng với  $B$  qua đường thẳng  $DE$ . Thể tích của khối đa diện  $ABCDSEF$  bằng

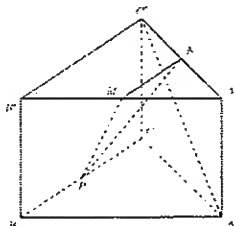
- A.  $\frac{7}{6}$ . B.  $\frac{11}{12}$ . C.  $\frac{2}{3}$ . D.  $\frac{5}{6}$ .

Câu 46. Xét các số phức  $a = a + bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) thỏa mãn  $|z - 4 - 3i| = \sqrt{5}$ . Tính  $P = a + b$  khi  $|z + 1 - 3i| + |z - 1 + i|$  đạt giá trị lớn nhất.

- A.  $P = 10$ . B.  $P = 4$ . C.  $P = 6$ . D.  $P = 8$ .

Câu 47. Cho hình lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$  có  $AB = 2\sqrt{3}$  và  $AA' = 2$ .

Gọi  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $A'B', A'C'$  và  $BC$  (tham khảo hình vẽ bên).



Cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng  $(AB'C')$  và  $(MNP)$  bằng

- A.  $\frac{6\sqrt{13}}{65}$ . B.  $\frac{\sqrt{13}}{65}$ . C.  $\frac{17\sqrt{13}}{65}$ . D.  $\frac{18\sqrt{13}}{65}$ .

Câu 48. Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1;2;1)$ ,  $B(3;-1;1)$  và  $C(-1;-1;1)$ . Gọi  $S_1$  là mặt cầu có tâm  $A$ , bán kính bằng 2;  $S_2$  và  $S_3$  là hai mặt cầu có tâm lần lượt là  $B, C$  và

bán kính đều bằng 1. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng tiếp xúc với cả ba mặt cầu  $(S_1), (S_2), (S_3)$ ?

- A. 5.                      B. 7.                      C. 6.                      D. 8.

Câu 49. Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 2 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 5 học sinh lớp 12C thành một hàng ngang. Xác suất để trong 10 học sinh trên không có 2 học sinh cùng lớp đứng cạnh nhau bằng

- A.  $\frac{11}{630}$ .                      B.  $\frac{1}{126}$ .                      C.  $\frac{1}{105}$ .                      D.  $\frac{1}{42}$ .

Câu 50. Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên đoạn  $[0;1]$  thỏa mãn  $f(1)=0$ ,

$\int_0^1 [f'(x)]^2 dx = 7$  và  $\int_0^1 x^2 f(x) dx = \frac{1}{3}$ . Tích phân  $\int_0^1 f(x) dx$  bằng

- A.  $\frac{7}{5}$ .                      B. 1.                      C.  $\frac{7}{4}$ .                      D. 4.



### Bảng Đáp Án

1.A	2.B	3.C	4.A	5.A	6.A	7.D	8.C	9.D	10.B
11.A	12.A	13.B	14.B	15.D	16.D	17.B	18.A	19.C	20.D
21.B	22.A	23.C	24.B	25.D	26.D	27.A	28.C	29.A	30.D
31.B	32.D	33.A	34.B	35.A	36.B	37.C	38.D	39.A	40.B
41.A	42.B	43.D	44.A	45.D	46.A	47.B	48.B	49.A	50.A

### Giải Chi Tiết

Câu 1. Điểm  $M(-2;1)$  biểu diễn số phức  $z = -2 + i$ .

Câu 2.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{x+3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \frac{2}{x}}{1 + \frac{3}{x}} = 1$

Casio :

$\frac{x-2}{x+3}$

$\frac{x-2}{x+3}$

$\frac{x-2}{x+3}$

$\frac{x-2}{x+3}$

0.999995

Câu 3. Số tập con gồm 2 phần tử của  $M$  là  $C_{10}^2$ .

Câu 4. Công thức tính thể tích khối chóp có diện tích đáy  $B$  và chiều cao  $h$  là  $V = \frac{1}{3} Bh$ .

Câu 5. Quan sát bảng biến thiên ta thấy hàm số nghịch biến trên các khoảng  $(-2;0)$  và  $(2;+\infty)$ .

Câu 6. Công thức tính thể tích khối tròn xoay tạo thành là:  $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$

Câu 7. Quan sát bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt tiểu tại điểm  $x=0$  và đạt cực đại tại điểm  $x=2$ .

Câu 8. Ta có:  $\log a^3 = 3 \log 3$ .

Câu 9. Ta có:  $\int (3x^2 + 1)dx = x^3 + x + C$

Xét đạo hàm các đáp án, Xét đáp án A

$$\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\frac{1}{x^2}} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{x^2} \boxed{\text{Math}} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{\text{Math}} \boxed{-} \boxed{(} \boxed{3} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{x^2} \boxed{+} \boxed{1} \boxed{)}$$

$$\left. \frac{d}{dx} (x^3 + x + 1) \right|_{x=x} = (3x^2 + 1)$$

$$\boxed{\text{CALC}} \boxed{1} \boxed{0} \boxed{=}$$

$$\left. \frac{d}{dx} (x^3) \right|_{x=x} = (3x^2)$$

-1

Tương tự xét B, C, D được D đúng

$$\left. \frac{d}{dx} (x^3 + x) \right|_{x=x} = (3x^2 + 1)$$

0

Câu 10. Khi chiếu điểm  $A(3; -1; 1)$  lên mặt phẳng  $(Oyz)$  thì tung độ và cao độ giữ nguyên, hoành độ bằng 0.

Vậy  $N(0; -1; 1)$ .

Câu 11. Quan sát đồ thị hàm số ta thấy đây là dạng đồ thị hàm bậc bốn trùng phương với hệ số  $a$  âm.

Vậy chỉ có đáp án A thỏa mãn.

Câu 12. Véc tơ chỉ phương của  $d$  là  $\vec{n} = (-1; 2; 1)$ .

Câu 13. TXĐ:  $D = \mathbb{R}$  Ta có:  $2^{2x} < 2^{x+6} \Leftrightarrow 2x < x+6 \Leftrightarrow x < 6$ .

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là  $(-\infty; 6)$ .

Casio

$$\boxed{2} \boxed{x^2} \boxed{2} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{\text{Math}} \boxed{-} \boxed{2} \boxed{x^2} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{-} \boxed{6}$$

$$2^{2x} - 2^{x+6}$$

$$\boxed{\text{CALC}} \boxed{1} \boxed{0} \boxed{=}$$

$$2^{2x} - 2^{x+6}$$

1048560

Loại C, D

$$\boxed{\text{CALC}} \boxed{-} \boxed{1} \boxed{0} \boxed{=}$$

$$2^x - 2^{x-6} = \frac{15}{1048576}$$

Vậy khoảng B.

Câu 14.  $S_{xq} = \pi r l = \pi A l = 3\pi a^2 \Rightarrow l = 3a$  Vậy  $l = 3a$ .

Câu 15. Phương trình mặt chắn của mặt phẳng đi qua ba điểm lần lượt thuộc ba trục tọa độ

$$M(2;0;0), N(0;-1;0), P(0;0;2) \text{ là: } \frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1.$$

Câu 16.  $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1} = \frac{(x-2)(x-1)}{x-1} = x - 2 \Rightarrow$  đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

$$y = \frac{x^2}{x^2 + 1} \text{ có: } x^2 + 1 > 0 \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow \text{đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.}$$

$$y = \sqrt{x^2 - 1} \text{ không có tiệm cận đứng.}$$

$$y = \frac{x}{x+1} \text{ Có } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x}{x+1} = \infty \Rightarrow x = -1 \text{ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.}$$

Câu 17. Số nghiệm của phương trình  $f(x) - 2 = 0 \Leftrightarrow f(x) = 2$  là số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = f(x)$

và đường thẳng  $y = 2$ .

Theo BBT ta thấy đường thẳng  $y = 2$  cắt đồ thị hàm số  $y = f(x)$  tại 3 điểm phân biệt.

$$\text{Câu 18. Ta có: } f'(x) = 4x^3 - 8x \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 8x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -\sqrt{2} \\ x = \sqrt{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f(-2) = 5 \\ f(\pm\sqrt{2}) = 1 \\ f(0) = 5 \\ f(3) = 50 \end{cases} \Rightarrow \max_{[-2;3]} f(x) = 50.$$

Casio

$$\text{MODE } 7 \text{ ALPHA } ) x^4 \text{ 4 } \text{Math} \text{ 4 } \text{ALPHA } ) x^2 \text{ + } 5$$

$$f(X) = X^4 - 4X^2 + 5$$

$$\text{= } 2 \text{ = } 3 \text{ = } 0 \text{ . } 2 \text{ =}$$

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 24 & \times & 2.6 \\ \hline 25 & & 2.8 \\ \hline 26 & & 3 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|c|} \hline F(x) \\ \hline 23.657 \\ \hline 35.105 \\ \hline \end{array}$$

50

Câu 19. Ta có:  $\int_0^2 \frac{dx}{x+3} = \ln|x+3| \Big|_0^2 = \ln 5 - \ln 3 = \ln \frac{5}{3}$ .

$$\int_0^2 \frac{1}{x+3} dx = \ln\left(\frac{5}{3}\right)$$

0

Câu 20. Ta có:  $\Delta' = 4 - 3.4 = -8 = 8i^2 \Rightarrow$  Phương trình có hai nghiệm phân biệt:

$$\begin{cases} z_1 = \frac{2+2\sqrt{2}i}{4} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i \\ z_2 = \frac{2-2\sqrt{2}i}{4} = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i \end{cases} \Rightarrow |z_1| = |z_2| = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow |z_1| + |z_2| = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}.$$

Casio

$$\text{MODE } 5 \ 3 \ 4 \ = \ - \ 4 \ = \ 3 \ =$$

$$\left[ \begin{array}{c} a \\ b \\ c \end{array} \right] = -4 \quad \text{Math}$$

3

$$\text{MODE } \text{SHIFT} \ \text{RCL} \ (-)$$

$$\text{MODE } \text{SHIFT} \ \text{RCL} \ \text{...}$$

$$X_1 =$$

$$X_2 =$$

$$\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$$

$$\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$$

$$\text{MODE } 2 \ \text{SHIFT} \ \text{hyp} \ \text{ALPHA} \ (-) \ \text{...} \ \text{+} \ \text{SHIFT} \ \text{hyp} \ \text{ALPHA} \ \text{...} \ \text{=}$$

$$|A| + |B|$$

$\sqrt{3}$

Câu 21. Các em tự làm

Câu 22. Ta có:  $T = P(1+r)^n = 100(1+0,4\%)^6 \approx 102,424$  triệu.

Câu 23. Chọn ngẫu nhiên 2 quả cầu từ 11 quả cầu nên ta có:  $n_\Omega = C_{11}^2 = 55$ .

Gọi biến cố A: "Chọn được hai quả cầu cùng màu".

$$\Rightarrow n_A = C_5^2 + C_6^2 = 25. \Rightarrow P(A) = \frac{n_A}{n_\Omega} = \frac{25}{55} = \frac{5}{11}.$$

Câu 24. Ta có:  $\overrightarrow{AB} = (3; -1; -1)$ .

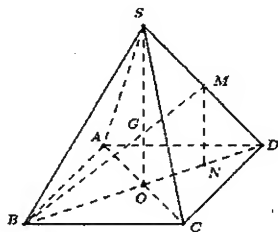
Mặt phẳng (P) vuông góc với AB nên nhận vecto AB làm vecto pháp tuyến.



Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với AB là:

$$3(x+1)-(y-2)-(z-1)=0 \Leftrightarrow 3x-y-z+6=0$$

Câu 25.



Gọi G là giao điểm của BM và SO.

Từ M kẻ đường thẳng vuông góc với BD tại N. Khi đó ta có

$$MN \parallel SO \Rightarrow MN \perp (ABCD).$$

$\Rightarrow N$  là hình chiếu của M trên (ABCD).

$$\Rightarrow (BM; (ABCD)) = (BM; BD) = MBD.$$

Xét tam giác SBD ta có MB và BD là hai đường trung tuyến cắt nhau tại G  $\Rightarrow G$  là trọng tâm tam giác SBD.

$$\Rightarrow OG = \frac{1}{3}SO.$$

$$\text{Ta có: } BO = \frac{1}{2}BD = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow OG = \frac{a\sqrt{2}}{6}.$$

$$\Rightarrow \tan MBD = \frac{OG}{OB} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{6}}{\frac{a\sqrt{2}}{2}} = \frac{2}{3}.$$

Câu 26.

Điều kiện:  $n \in \mathbb{N}^+$ ;  $n \geq 2$ .

Theo đề bài ta có:  $C_n^1 + C_n^2 = 55$

$$\Leftrightarrow \frac{n!}{1!(n-1)!} + \frac{n!}{2!(n-2)!} = 55$$

$$\Leftrightarrow \frac{n(n-1)!}{(n-1)!} + \frac{n(n-1)(n-2)!}{2(n-2)!} = 55$$

$$\Leftrightarrow 2n + n(n-1) = 110$$

$$\Leftrightarrow n^2 + n - 110 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} n = 10 \text{ (tm)} \\ n = -11 \text{ (ktm)}. \end{cases}$$

Ta có khai triển:  $\left(x^3 + \frac{2}{x^2}\right)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k x^{3k} \cdot 2^{10-k} \cdot (x^{-2})^{10-k} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k 2^{10-k} x^{5k-20}$ .

Để có hệ số không chứa  $x$  thì:  $5k - 20 = 0 \Leftrightarrow k = 4$ .

Hệ số không chứa  $x$  là:  $C_{10}^4 \cdot 2^6 = 13440$ .

Casio

MODE 7 ALPHA ) SHIFT ÷ 1 + ALPHA ) SHIFT ÷ 2 = 5 5

$$f(X) = X C_1 + X C_2 - 55$$

= 1 = 2 0 = 1 =

X	F(X)
9	10
10	11

0

Vậy  $n = 10$

Tìm hệ số trong khai triển

SHIFT MODE 5 2

MODE 7 1 0 SHIFT ÷ ALPHA ) × 2 x^ 1 0 = ALPHA )

$$f(X) = (X \times 2)^{10-X}$$

= 1 0 x^ 3 ALPHA ) > × ( = 1 > 1 0 x^ 2 > ) x^ 1 0 = ALPHA )

$$g(X) = \left(\frac{1}{10^2}\right)^{10-X}$$

= 0 = 1 0 = 1 =

X	F(X)	G(X)
4	15360	1.165
5	13440	100000

1

Vậy kết quả là 134440

Câu 27.

Điều kiện:  $x > 0$ .

$$\begin{aligned} \log_3 x \cdot \log_9 x \cdot \log_{27} x \cdot \log_{81} x &= \frac{2}{3} \Leftrightarrow \log_3 x \cdot \log_{3^2} x \cdot \log_{3^3} x \cdot \log_{3^4} x = \frac{2}{3} \\ \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} (\log_3 x)^4 &= \frac{2}{3} \Leftrightarrow (\log_3 x)^4 = 16 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 x = 2 \\ \log_3 x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 3^2 = 9 \text{ (tm)} \\ x_2 = 3^{-2} = \frac{1}{9} \text{ (tm)} \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = 9 + \frac{1}{9} = \frac{82}{9} \end{aligned}$$

# Casio

[illegible]

SHIFT CALC 0 =  
 $\log_3(X) \log_9(X) \div$   
 X= 0.1111111111  
 L-R= 0

Lưu lại phương trình  $\leftarrow \left[ \equiv \right]$  Sau đó lưu nghiệm xấu vào A  $\left[ \text{RCL} \right] \left[ \square \right] \left[ \text{SHIFT} \right] \left[ \text{RCL} \right] \left[ (-) \right]$  tìm lại phương trình cũ  $\left[ \blacktriangle \right] \left[ \blacktriangle \right]$  rồi sửa thành  $PT: (X-A)$  để tìm nghiệm mới

▶ ( ◀ ◀ ) ÷ ( ALPHA ) - ALPHA (←) )

$$\left[ \frac{1}{3} (x - \frac{2}{3}) \right] \div (x - 1)$$

SHIFT CALC  $\equiv \equiv$   
 $\log_3(X) \log_9(X)$   $\uparrow$  Math  
 $X = 9$   
 $L-R = 0$

$$-\frac{2}{3} \div (x-9)(x-9)$$

SHIFT CALC  $\equiv \equiv$

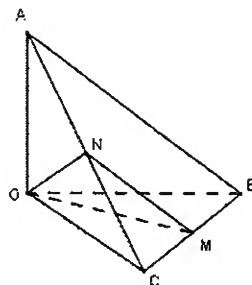
Continue: [=] 9+ $\Delta$   
 $X=3190788.241$   
 $L-R=1.412448 \times 10^{-10}$

Math  $\blacktriangle$

$\frac{82}{9}$

Tới đây là phương trình hết nghiệm rồi

Câu 28.



Gọi  $N$  là trung điểm của  $AC$  ta có  $MN$  là đường trung bình của tam giác  $ABC$  nên  $AB \parallel MN$

$$\Rightarrow (OM; AB) = (OM; MN).$$

Đặt  $OA = OB = OC = 1$  ta có:

$$\text{Tam giác } OAB \text{ vuông cân tại } O \text{ nên } AB = \sqrt{2} \Rightarrow MN = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Tam giác } OAC \text{ vuông cân tại } O \text{ nên } AC = \sqrt{2} \Rightarrow ON = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Tam giác } OBC \text{ vuông cân tại } O \text{ nên } BC = \sqrt{2} \Rightarrow OM = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Vậy tam giác  $OMN$  đều nên  $(OM; MN) = \angle OMN = 60^\circ$

Câu 29.

Gọi đường thẳng cần tìm là  $\Delta$ . Vì  $\Delta \perp (P) \Rightarrow \vec{n}_\Delta = \vec{n}_{(P)} = (1; 2; 3)$

Khi đó phương trình đường thẳng  $\Delta$  có dạng  $\frac{x-x_0}{1} = \frac{y-y_0}{2} = \frac{z-z_0}{3}$

Gọi

$$A = d_1 \cap \Delta \Rightarrow A(3-t; 3-2t; -2+t)$$

$$B = d_2 \cap \Delta \Rightarrow B(5-3t'; -1+2t'; 2+t')$$

Ta thử từng đáp án: Đáp án A



$$A \in \Delta \Rightarrow \frac{3-t-1}{1} = \frac{3-2t+1}{2} = \frac{-2+t}{3} \Leftrightarrow \frac{2-t}{1} = \frac{4-2t}{2} = \frac{-2+t}{3} \Leftrightarrow 12-6t = -4+2t \Leftrightarrow t=2 \Rightarrow A(1;-1;0)$$

$$B \in \Delta \Rightarrow \frac{5-3t'-1}{1} = \frac{-1+2t'+1}{2} = \frac{2+t'}{3} \Leftrightarrow \frac{4-3t'}{1} = t' = \frac{t'+2}{3} \Leftrightarrow t'=1 \Rightarrow B(2;1;3)$$

Vậy đáp án A có đường thẳng  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$  vuông góc với mp(P) và cắt  $d_1$  tại

$A(1;-1;0)$ , cắt  $d_2$  tại  $B(2;1;3)$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 30.

$$y = x^3 + mx - \frac{1}{5x^5}$$

Ta có:

$$y' = 3x^2 + m - \frac{1}{5} \cdot (-5x^{-6}) = 3x^2 + m + \frac{1}{x^6} > 0 \quad \forall x \in (0; +\infty) \Leftrightarrow -m < 3x^2 + \frac{1}{x^6} = f(x) \quad \forall x \in (0; +\infty)$$

$$\Rightarrow -m < \min_{(0; +\infty)} f(x)$$

$$f(x) = 3x^2 + \frac{1}{x^6} = x^2 + x^2 + x^2 + \frac{1}{x^6} \geq 4\sqrt[4]{1} = 4 \Rightarrow \min_{(0; +\infty)} f(x) = 4$$

$$\Leftrightarrow -m < 4 \Leftrightarrow m > -4$$

Mà  $m$  là số nguyên âm  $\Rightarrow m \in \{-3; -2; -1\}$ .

Vậy có 3 giá trị của  $m$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Casio:

$$m > -\left(3x^2 + \frac{1}{x^6}\right) = f(x) \text{ các em dùng table tìm nhanh max của nó là xong}$$

SHIFT MODE  $\nabla$  5 1  
MODE 7  $\square$  ( 3 ALPHA )  $x^2$  +  $\frac{1}{x^6}$  1  $\nabla$  ALPHA )  $x^6$   $\rightarrow$   $\rightarrow$  )

$$f(x) = -\left(3x^2 + \frac{1}{x^6}\right)$$

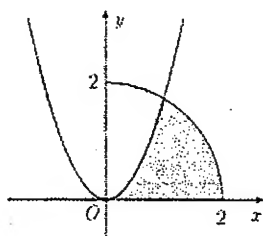
$\square$  0  $\square$  1 4  $\square$  0  $\cdot$  5  $\square$

Math  
F(X)  
0.5 -64.75  
1.5 -6.897

-4

$$m > \max f(x) = -4 \Rightarrow m \in \{-3; -2; -1\}.$$

Câu 31.



Ta có:

$$\sqrt{3}x^2 = \sqrt{4-x^2} \Leftrightarrow 3x^4 + x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow (x^2 - 1)(x^2 + 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 & (\text{nhan}) \\ x = -1 & (\text{loai}) \end{cases}$$

Do đó:

$$S = \int_0^1 \sqrt{3}x^2 dx + \int_1^2 \sqrt{4-x^2} dx = \frac{\sqrt{3}}{3} x^3 \Big|_0^1 + \int_1^2 \sqrt{4-x^2} dx = \frac{\sqrt{3}}{3} + \int_1^2 \sqrt{4-x^2} dx$$

$$\text{Tính } I = \int_1^2 \sqrt{4-x^2} dx.$$

$$\text{Đặt } x = 2 \sin t \Rightarrow dx = 2 \cos t dt.$$

$$\text{Đổi cận } \begin{cases} x = 1 \Rightarrow \sin t = \frac{1}{2} \Rightarrow t = \frac{\pi}{6} \\ x = 2 \Rightarrow \sin t = 1 \Rightarrow t = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$I = \int_1^2 \sqrt{4-x^2} dx = \int_{\pi/6}^{\pi/2} \sqrt{4-4\sin^2 t} \cdot 2 \cos t dt = \int_{\pi/6}^{\pi/2} 4 \cos^2 t dt = \int_{\pi/6}^{\pi/2} 2(\cos 2t + 1) dt = \sin 2t \Big|_{\pi/6}^{\pi/2} + 2t \Big|_{\pi/6}^{\pi/2} = \frac{2\pi}{3} - \sqrt{3}$$

$$\text{Suy ra } S = \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{4\pi - \sqrt{3}}{6}.$$

Casio : Các em bấm luôn phép tính vào tính cho nhanh

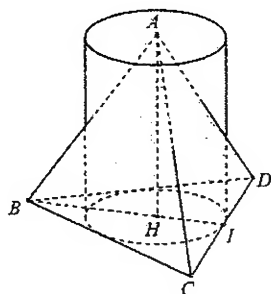
$$\int_0^1 \sqrt{3}x^2 dx + \int_1^2 \sqrt{4-x^2} dx = \frac{4\pi - \sqrt{3}}{6}$$

1.805719968      1.805719968

Câu 32.

$$\text{Tính } I = \int_1^2 \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x+x\sqrt{x+1}}} = \int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{x(x+1)}(\sqrt{x} + \sqrt{x+1})}.$$





Tứ diện đều cạnh  $a$  có chiều cao  $h = \frac{a\sqrt{6}}{3} \Rightarrow h = \frac{4\sqrt{6}}{3}$ .

Tam giác  $BCD$  đều nên bán kính đường tròn nội tiếp tam giác  $r = \frac{a\sqrt{3}}{6} = \frac{4\sqrt{3}}{6}$ .

Diện tích xung quanh hình trụ  $S = 2\pi rh = 2\pi \cdot \frac{4\sqrt{3}}{6} \cdot \frac{4\sqrt{6}}{3} = \frac{16\sqrt{2}\pi}{3}$ .

Câu 34.

Xét phương trình  $16^x - 2 \cdot 12^x + (m-2) \cdot 9^x = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{4}{3}\right)^{2x} - 2 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^x + m-2 = 0$

Đặt  $t = \left(\frac{4}{3}\right)^x > 0$  ta được  $t^2 - 2t + m-2 = 0 \Leftrightarrow m = 2 + 2t - t^2 (*)$ .

Để phương trình đã cho có nghiệm dương  $x > 0$  thì phương trình  $(*)$  có nghiệm

$$t = \left(\frac{4}{3}\right)^x > 1.$$

Xét hàm  $f(t) = 2 + 2t - t^2, t \in (1; +\infty)$  có:  $f'(t) = 2 - 2t < 0, \forall t > 1$  nên hàm số nghịch biến trên  $(1; +\infty)$ .

Suy ra  $f(t) < f(1) = 3 \Rightarrow m < 3$ .

Mà  $m$  nguyên dương nên  $m \in \{1; 2\}$ .

Casio : Về bản chất  $m$  bị giới hạn số lượng thì khi tác giả hỏi  $m$  nguyên dương thì nó sẽ có dạng nghiệm là  $m \leq a, a > 0$  do đó ta sẽ tìm tất cả các giá trị  $m$  để phương trình có nghiệm dương

$$16^x - 2 \cdot 12^x + (m-2)9^x = 0 \rightarrow m = 2 - \frac{16^x - 2 \cdot 12^x}{9^x} = f(x) \rightarrow \min f(x) \leq m \leq \max f(x), \forall x > 0$$

SHIFT MODE ▾ 5 1

MODE 7 2 = 1 6 x<sup>□</sup> ALPHA ) ▸ = 2 x 1 2 x<sup>□</sup> ALPHA ) ▾ 9 x<sup>□</sup> ALPHA )

$$f(x) = 2 - \frac{16^x - 2 \cdot 12^x}{9^x}$$



$$\begin{array}{c|c|c} \text{X} & \text{F(X)} & \\ \hline 1 & -3.141 & 1.5874 \\ 2 & -2.879 & 1.5874 \\ 3 & -2.617 & 1.5874 \end{array}$$

Math

$$\begin{array}{c|c|c} \text{X} & \text{F(X)} & \\ \hline 11 & -0.523 & 1.5874 \\ 12 & -0.261 & 1.5874 \\ 13 & 0 & 1.5874 \end{array}$$

Math

Có nghiệm nhé, mình xét tiếp  $m = -1$

$$\begin{array}{c|c|c} \text{X} & \text{F(X)} & \\ \hline 14 & 0.2617 & -1.5874 \\ 15 & 0.5235 & -1.5874 \\ 16 & 0.7853 & -1.5874 \end{array}$$

Math

$$\begin{array}{c|c|c} \text{X} & \text{F(X)} & \\ \hline 23 & 2.6179 & -1.5874 \\ 24 & 2.8797 & -1.5874 \\ 25 & 3.1415 & -1.5874 \end{array}$$

Math

Tương tự  $m = 2$

Tương tự  $m = -2$

$$\begin{array}{c|c|c} \text{X} & \text{F(X)} & \\ \hline 6 & -1.832 & 2.5163 \\ 7 & -1.57 & 2.5163 \\ 8 & -1.308 & 2.5163 \end{array}$$

Math

$$\begin{array}{c|c|c} \text{X} & \text{F(X)} & \\ \hline 18 & 1.3089 & -2.5163 \\ 19 & 1.5707 & -2.5163 \\ 20 & 1.8325 & -2.5163 \end{array}$$

Math

Tiếp tục xét tới  $m = \pm 3$  thì không thấy hàm đổi dấu do đó không có nghiệm vậy  $m \in [-2; 2]$

Câu 36.

Xét hàm số  $f(x) = x^3 - 3x + m$  trên  $[0; 2]$  ta có :  $f'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$

BBT :

$$\text{TH1 : } 2 + m < 0 \Leftrightarrow m < -2 \Rightarrow \max_{[0;2]} y = -(-2 + m) = 2 - m \Leftrightarrow 2 - m = 3 \Leftrightarrow m = -1 \text{ (ktm)}$$

$$\text{TH2 : } \begin{cases} m + 2 > 0 \\ m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m < 0 \Rightarrow \max_{[0;2]} y = 2 - m = 3 \Leftrightarrow m = -1 \text{ (tm)}$$

$$\text{TH3 : } \begin{cases} m > 0 \\ -2 + m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 2 \Rightarrow \max_{[0;2]} y = 2 + m = 3 \Leftrightarrow m = 1 \text{ (tm)}$$

$$\text{TH4 : } -2 + m > 0 \Leftrightarrow m > 2 \Rightarrow \max_{[0;2]} y = 2 - m = 3 \Leftrightarrow m = -1 \text{ (ktm)}$$

Casio : đầu tiên các em phải tư duy thường thì max hoặc min trên đoạn sẽ có 2 khả năng xảy ra , 1 là ở hai đầu mút 2 là có thể rơi vào cực trị thì mình sẽ xét các trường hợp tìm ra m rồi mình dùng Table để kiểm tra lại

Nếu max xảy ra tại biên :  $f(0) = |m| = 3 \rightarrow m = \pm 3$ ;  $f(2) = |2 + m| = 3 \rightarrow m = 1, m = -5$

Nếu max xảy ra tại cực trị  $f'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1 \rightarrow f(-1) = |2 + m| = 3$ ;  $f(1) = |-2 + m| = 3 \Rightarrow m = 5, m = -1$  vậy ta có các khả năng  $m = \pm 1, \pm 3, \pm 5$

Bây giờ các em xét Table nhanh nhé

$$f(x) = |x^3 - 3x - 5|$$

Math

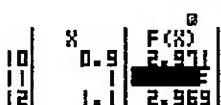
$$\begin{array}{c|c|c} \text{X} & \text{F(X)} & \\ \hline -1 & 0 & 5.299 \\ 2 & 0.1 & 5.592 \end{array}$$

Math

5

$$f(x) = |x^3 - 3x - 3|$$


0

$$f(x) = |x^3 - 3x - 1|$$


3

$$f(x) = |x^3 - 3x + 1|$$


3

$$f(x) = |x^3 - 3x + 3|$$


5

$$f(x) = |x^3 - 3x + 5|$$


0

Vậy chỉ có  $m = \pm 1$  đúng

Câu 37[Đề MH 2018]. Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{\frac{1}{2}\}$  thỏa mãn  $f'(x) = \frac{2}{2x-1}$ ,

$f(0) = 1$  và  $f(1) = 2$ . Giá trị của biểu thức  $f(-1) + f(3)$  bằng

- A.  $4 + \ln 15$ . B.  $2 + \ln 15$ . C.  $3 + \ln 15$ . D.  $\ln 15$ .

Hướng Dẫn

Tự Luận : Ta có :  $f(x) = \int f'(x) dx = 2 \int \frac{1}{2x-1} dx = \frac{2}{2} \ln|2x-1| + C = \ln|2x-1| + C$

$$f(0) = C = 1 \Leftrightarrow f(x) = \ln|2x-1| + 1$$

$$\Rightarrow f(-1) = \ln 3 + 1; f(3) = \ln 5 + 1 \Rightarrow f(-1) + f(3) = \ln 3 + \ln 5 + 2 = \ln 15 + 2$$

Nếu em giải như thế này thì hoàn toàn sai vì  $\rightarrow f(1) = 1 \neq 2$  do đó khi hàm không liên tục như thế này mình phải chia 2 trường hợp

$$\begin{cases} f(x) = \ln|2x-1| + 1, x < \frac{1}{2} \\ f(x) = \ln|2x-1| + 2, x > \frac{1}{2} \end{cases}$$

như thế này rồi các em mới thay x vào.

Casio



$$f(-1) + f(3) = \left[ f(0) - \int_{-1}^0 \frac{2}{2x-1} dx \right] + \left[ f(1) + \int_1^3 \frac{2}{2x-1} dx \right]$$

$$\left( 1 - \int_{-1}^0 \frac{2}{2x-1} dx \right) + \left( 3 + \ln(15) \right)$$

$$5.708050201 \quad 5.708050201$$

Câu 38. Tự Luận

$$z + 2 + i - |z|(1+i) = 0 \Leftrightarrow a + bi + 2 + i - \sqrt{a^2 + b^2}(1+i) = 0$$

$$\Leftrightarrow a + 2 - \sqrt{a^2 + b^2} + (b + 1 - \sqrt{a^2 + b^2})i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a + 2 - \sqrt{a^2 + b^2} = 0 \\ b + 1 - \sqrt{a^2 + b^2} = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow a - b + 1 = 0 \Leftrightarrow b = a + 1 \Rightarrow a + 2 - \sqrt{a^2 + (a+1)^2} = 0 \Leftrightarrow a + 2 = \sqrt{2a^2 + 2a + 1}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \geq -2 \\ a^2 + 4a + 4 = 2a^2 + 2a + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq -2 \\ a^2 - 2a - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq -2 \\ a = 3 \text{ (tm)} \\ a = -1 \text{ (tm)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 4 \\ a = -1 \\ b = 0 \end{cases}$$

$$\text{Vì } |z| > 1 \Rightarrow z = 3 + 4i \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 4 \end{cases} \Rightarrow P = a + b = 3 + 4 = 7$$

Casio :

$$a + 2 - \sqrt{a^2 + (a+1)^2} = 0 \text{ tới đây thì mình dùng Solve tìm cho nhanh}$$

$$\boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{+} \boxed{2} \boxed{-} \boxed{\sqrt{}} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{x^2} \boxed{+} \boxed{(} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{+} \boxed{1} \boxed{)} \boxed{x^2}$$

$$X + 2 - \sqrt{X^2 + (X+1)^2}$$

**SHIFT** **CALC** **=**

$$X + 2 - \sqrt{X^2 + (X+1)^2} \quad X + 1$$

$$X = \quad 3$$

$$L - R = \quad 0 \quad 4$$

Câu 39.

Hàm số  $y = f(2-x)$  đồng biến

$$y' = -f'(2-x) > 0 \Leftrightarrow f'(2-x) < 0. \text{ Nhìn đồ thị}$$

$$\Leftrightarrow 2-x < -1 \text{ hoặc } 1 < 2-x < 4 \Leftrightarrow x > 3 \text{ hoặc } -2 < x < 1$$

Câu 40.

$$\text{TXĐ: } x = \mathbb{R} \setminus \{1\}; y' = \frac{-1}{(x-1)^2}$$

Giả sử tiếp tuyến đi qua  $A(a;1)$  là tiếp tuyến tại điểm có hoành độ  $x = x_0$ , khi đó

$$\text{phương trình tiếp tuyến có dạng: } y = \frac{-1}{(x_0-1)^2}(x-x_0) + \frac{-x_0+2}{x_0-1} (d)$$

Vì  $A \in d$  nên thay tọa độ điểm A vào phương trình đường thẳng d ta có:

$$1 = \frac{-1}{(x_0-1)^2}(a-x_0) + \frac{-x_0+2}{x_0-1}$$

$$\Leftrightarrow -a + x_0 - x_0^2 + 3x_0 - 2 = x_0^2 - 2x_0 + 1$$

$$\Leftrightarrow 2x_0^2 - 6x_0 + 3 + a = 0 (*)$$

TH1: Để chỉ có 1 tiếp tuyến duy nhất đi qua A thì phương trình (\*) có nghiệm duy nhất

$$\Leftrightarrow \Delta' = 0 \Leftrightarrow 9 - 2(3+a) = 0 \Leftrightarrow 3 - 2a = 0 \Leftrightarrow a = \frac{3}{2}$$

TH2: Có nghiệm phân biệt trong đó 1 nghiệm  $x = 1$

$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ 2 - 6 + 3 + a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow a = 1 \Rightarrow S = 1 + \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$$

Câu 41.

Phương trình mặt phẳng (P) có dạng  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ , với  $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ .

Ta có  $OA = OB = OC \Leftrightarrow |a| = |b| = |c|$  và  $M \in (P) \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{2}{c} = 1 (*)$ .

Suy ra  $\begin{cases} a = b = c \\ a = -b = c \end{cases}$  và  $\begin{cases} a = b = -c \\ a = -b = -c \end{cases}$ , mà  $a = b = -c$  không thỏa mãn điều kiện (\*).

Vậy có 3 mặt phẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 42.

Tự Luận: Đặt  $t = \sqrt{2 + \log u_1 - 2 \log u_{10}} \geq 0 \Leftrightarrow \log u_1 - 2 \log u_{10} = t^2 - 2$ , khi đó giả thiết trở thành:

$\Rightarrow$

$$\log u_1 - 2 \log u_{10} = -1 \Leftrightarrow \log u_1 + 1 = 2 \log u_{10} \Leftrightarrow \log(10u_1) = \log(u_{10})^2 \Leftrightarrow 10u_1 = (u_{10})^2 \quad (1).$$

$$\text{Mà là cấp số nhân với công bội } q = 2 \Rightarrow u_{10} = 2^9 u_1 \quad (2).$$

Từ (1), (2) suy ra  $10u_1 = (2^9 u_1)^2 \Leftrightarrow 2^{18} u_1^2 = 10u_1 \Leftrightarrow u_1 = \frac{10}{2^{18}} \Rightarrow u_n = 2^{n-1} \cdot \frac{10}{2^{18}} = \frac{2^n \cdot 10}{2^{19}}$ .

Do đó  $u_n > 5^{100} \Leftrightarrow \frac{2^n \cdot 10}{2^{19}} > 5^{100} \Leftrightarrow n > \log_2 \left( \frac{5^{100} \cdot 2^{19}}{10} \right) = -\log_2 10 + 100 \log_2 5 + 19 \approx 247,87$ .

Vậy giá trị  $n$  nhỏ nhất thỏa mãn là  $n = 248$ .

Casio : Đây là cấp số nhân với công bội  $q=2$  nên  $u_n = u_1 \cdot 2^{n-1}$

log ALPHA ) ) + √ 2 + log ALPHA ) ) - 2 log 2 x^9 ► ALPHA ) ) ► - (

2 log 2 x^9 ► ALPHA ) ) )

Math

◀ -(210g(2^9X))|

SHIFT CALC =

Math

log(X)+2+log(X)►

X= 3.8146972x10^5

L-R= 0

Ta có :  $u_n > 5^{100} \rightarrow \log_5 u_n > 100 \Leftrightarrow \log_5 u_1 \cdot 2^{n-1} > 100 \Leftrightarrow (n-1) \log_5 2 + \log_5 u_1 > 100$

CALC các đáp án

( 2 4 7 - 1 ) log\_5 5 ► 2 ► + log\_5 5 ► ALPHA )

Math

(247-1)log<sub>5</sub>(2)+► (248-1)log<sub>5</sub>(2)+►

99.6249318 100.0556084

Câu 43.

Xét hàm số  $y = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m$  có  $y' = 12x^3 - 12x^2 - 24x = 0 \Leftrightarrow 12x(x^2 - x - 2) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Lập BBT của đồ thị hàm số  $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m$  ta có :

Đồ thị hàm số  $y = |3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m|$  được vẽ bằng cách :

+) Lấy đối xứng phần đồ thị hàm số nằm phía dưới trục  $Ox$  qua trục  $Ox$ .

+) Xóa đi phần đồ thị bên dưới trục  $Ox$ .

Do đó để đồ thị hàm số  $y = |3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m|$  có 7 điểm cực trị thì :

$$\begin{cases} f(0) > 0 \\ f(-1) < 0 \\ f(2) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ -5 + m < 0 \\ -32 + m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 5$$

$$m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{1; 2; 3; 4\}$$

Vậy có 4 giá trị nguyên của  $m$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 44.

Cách giải: Ta có  $[\overrightarrow{OA}; \overrightarrow{OB}] = k(1; -2; 2) \Rightarrow$  Vector chỉ phương của đường thẳng  $(d)$  là  $\vec{u} = (1; -2; 2)$ .

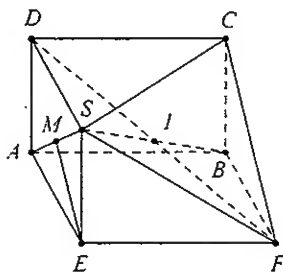
Chú ý: Với  $I$  là tâm đường tròn nội tiếp  $\triangle ABC$ , ta có đẳng thức vector sau:

$$BC \cdot \overrightarrow{IA} + CA \cdot \overrightarrow{IB} + AB \cdot \overrightarrow{IC} = \vec{0} \Rightarrow \text{Tọa độ điểm } I \text{ thỏa mãn hệ} \begin{cases} x_I = \frac{BC \cdot x_A + CA \cdot x_B + AB \cdot x_C}{BC + CA + AB} \\ y_I = \frac{BC \cdot y_A + CA \cdot y_B + AB \cdot y_C}{BC + CA + AB} \\ z_I = \frac{BC \cdot z_A + CA \cdot z_B + AB \cdot z_C}{BC + CA + AB} \end{cases}$$

Khi đó, xét tam giác  $ABO \Rightarrow$  Tâm nội tiếp của tam giác là  $I(0; 1; 1)$ .

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là  $(d): \frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+1}{2}$

Câu 45.



Gọi  $M, I$  lần lượt là trung điểm của  $DF, DE \Rightarrow AM \perp (DCEF)$ .

Vì  $S$  là điểm đối xứng với  $B$  qua  $DE \Rightarrow M$  là trung điểm của  $SA$ .

Suy ra  $SA \perp (DCEF)$  và  $SM = AM = \frac{1}{2}DF = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

Khi đó  $V_{ABCDSEF} = V_{ADF.BCE} + V_{S.DCEF} = AB \cdot S_{\triangle ADF} + \frac{1}{3} \cdot SM \cdot S_{DCEF}$

$$\Rightarrow V_{ABCDE F} = 1 \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{2} = \frac{5}{6}.$$

Câu 46.

Gọi  $M(x; y)$  là điểm biểu diễn số phức  $z$

Từ giả thiết, ta có  $|z - 4 - 3i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow (x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 5$  suy ra  $M$  thuộc đường tròn  $(C)$  tâm  $I(4; 3)$ , bán kính  $R = \sqrt{5}$ . Khi đó  $P = MA + MB$ , với  $A(-1; 3), B(1; -1)$ .

Ta có  $P^2 = MA^2 + MB^2 + 2MA \cdot MB \leq 2(MA^2 + MB^2)$

Gọi  $E(0; 1)$  là trung điểm của  $AB \Rightarrow ME^2 = \frac{MA^2 + MB^2}{2} - \frac{AB^2}{4}$ .

Do đó  $P^2 \leq 4ME^2 + AB^2$  mà  $ME \leq CE = 3\sqrt{5}$  suy ra  $P^2 \leq 4 \cdot (3\sqrt{5})^2 + (2\sqrt{5})^2 = 200$ .

Với  $C$  là giao điểm của đường thẳng  $EI$  với đường tròn  $(C)$ .

Vậy  $P \leq 10\sqrt{2}$ . Dấu xảy ra khi và chỉ khi  $\begin{cases} MA = MB \\ M \in C \end{cases} \Rightarrow M(6; 4) \Rightarrow a + b = 10$ .

Casio :

Gọi  $z = a + bi$   $a, b \in R$

$$|z - 4 - 3i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow (a - 4)^2 + (b - 3)^2 = 5 \Rightarrow b = 3 + \sqrt{5 - (a - 4)^2}$$

$$|z + 1 - 3i| + |z - 1 + i| = \sqrt{(a + 1)^2 + 5 - (a - 4)^2} + \sqrt{(a - 1)^2 + \left(4 + \sqrt{5 - (a - 4)^2}\right)^2}$$

sau đó nhập hàm vào để tìm max bằng Table

MODE 7  $\sqrt{\square}$  ( ALPHA )  $\square$  + 1  $\square$   $x^2$  + 5 - ( ALPHA ) - 4  $\square$   $x^2$   $\rightarrow$  +  $\sqrt{\square}$  ( ALPHA )  $\square$  - 1  $\square$   $x^2$  + ( 4 +  $\sqrt{\square}$  5 - ( ALPHA ) - 4  $\square$   $x^2$   $\rightarrow$  )  $x^2$

$f(X) = 4(X - 4)^2 + 2$

$\square \square 7 \square 7 \square 0 \square \cdot \square 5 \square$

(Đoạn  $-7 \rightarrow 7$  step 0.5 là đoạn tiêu chuẩn nếu ta không rõ khoảng cần xét là ở đâu)

X	F(X)	X	F(X)
-7	ERROR	5.5	13.537
-6.5	ERROR	6	14.142
-6	ERROR	6.5	14.142

ERROR 14.14213562

Ta sẽ xét trên đoạn mới hẹp hơn từ 5.5 đến 6.5

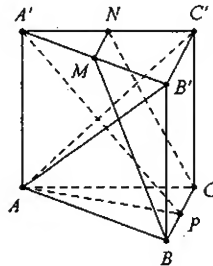
AC  $\square \square 5 \square \cdot \square 5 \square \square 6 \square \cdot \square 5 \square \square 0 \square \cdot \square 0 \square 5 \square$

	X	F(X)
10	5.95	14.138
11	6	14.137
12	6.05	14.137

14.14213562

Vậy  $a=6, b=4 \rightarrow a+b=10$

Câu 47.



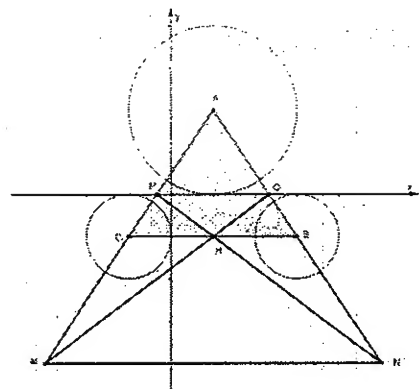
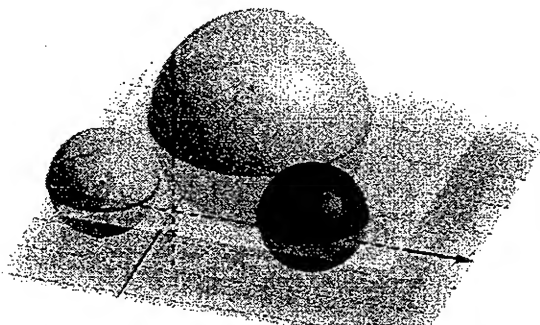
$$\begin{aligned} \text{Để thấy } (AB'C'); (MNP) &= (AB'C'); (MNCB) \\ &= 180^\circ - (AB'C'); (A'B'C') - (MNBC); (A'B'C') \\ &= 180^\circ - (A'BC); (ABC) - (MNBC); (ABC). \end{aligned}$$

$$\text{Ta có } (A'BC); (ABC) = (A'P; AP) = A'PA = \arctan \frac{2}{3}.$$

$$\text{Và } (MNBC); (ABC) = (SP; AP) = SPA = \arctan \frac{4}{3}, \text{ với } S \text{ là điểm đối xứng với } A \text{ qua } A', \text{ thì } SA = 2AA' = 4.$$

$$\text{Suy ra } \cos (AB'C'); (MNP) = \cos \left( 180^\circ - \arctan \frac{2}{3} - \arctan \frac{4}{3} \right) = \frac{\sqrt{13}}{65}.$$

Câu 48.



$$\text{Ta có } AB = AC = \sqrt{13}, BC = 4. \text{ Trung điểm } BC \text{ là } H(1; -1,1) \text{ nên } AH = 3$$

Câu 49.

Kí hiệu học sinh lớp 12A, 12B, 12C lần lượt là A, B, C.

Số cách xếp 10 học sinh thành 1 hàng ngang là  $10!$  (cách)  $\Rightarrow |\Omega| = 10!$

Ta xếp 5 học sinh lớp 12C trước.

TH1: C-C-C-C-C- (quy ước vị trí của - là vị trí trống), đổi chỗ 5 học sinh đó cho nhau ta có  $5!$  Cách xếp.

Xếp 5 học sinh còn lại vào 5 vị trí trống ta có  $5!$  cách xếp. Vậy trường hợp này có  $5! \cdot 5!$  cách.

TH2: -C-C-C-C-C-, tương tự như trường hợp 1 ta có  $5! \cdot 5!$  cách.

TH3: C-C-C-C--C-, đổi chỗ 5 học sinh đó cho nhau ta có  $5!$  Cách xếp.

Ta có 2 vị trí trống liền nhau, chọn 1 học sinh lớp 12A và 1 học sinh lớp 12B để xếp vào 2 vị trí trống đó, 2 học sinh này có thể đổi chỗ cho nhau nên có  $C_2^1 \cdot C_3^1 \cdot 2! = 2 \cdot 3 \cdot 2 = 12$

cách. Xếp 3 học sinh còn lại vào 3 chỗ trống có  $3!$  Cách.

Vậy trường hợp này có  $5! \cdot 12 \cdot 3!$  cách.

TH4: C-C-C--C-C

TH5: C-C--C-C-C

TH6: C--C-C-C

Ba trường hợp 4, 5, 6 có cách xếp giống trường hợp 3.

Vậy có tất cả  $5! \cdot 5! \cdot 2 + 4 \cdot 5! \cdot 12 \cdot 3! = 63360$  (cách)

Gọi T là biến cố "Xếp 10 học sinh thành hàng ngang sao cho không có học sinh nào cùng lớp đứng cạnh nhau"  $\Rightarrow |A| = 63360$

Vậy xác suất của biến cố T là  $P(T) = \frac{63360}{10!} = \frac{11}{630}$

Câu 50.

Ta có  $\frac{1}{3} = \int_0^1 x^2 f(x) dx = \int_0^1 f(x) d\left(\frac{x^3}{3}\right) = \frac{1}{3} x^3 f(x) \Big|_0^1 - \frac{1}{3} \int_0^1 x^3 f'(x) dx$ .

Vậy nên theo Cauchy-Schwarz ta có

$$7 = 7 \left( \int_0^1 x^3 f'(x) dx \right)^2 \leq 7 \int_0^1 (x^3)^2 dx \cdot \int_0^1 [f'(x)]^2 dx = \int_0^1 [f'(x)]^2 dx.$$

Dấu bằng xảy đến khi và chỉ khi  $f'(x) = kx^3$ , kết hợp  $f(1) = 0$  để có

$$f(x) = \frac{7}{4}(1 - x^4) \quad \forall x \in \mathbb{R}.$$

Từ đó mà có được  $I = \frac{7}{5}$ .

CASIO LUYỆN ĐỀ THPT QG

KỲ THI THPT QUỐC GIA NĂM 2018

ĐỀ THI THAM KHẢO

Bài Thi : Toán

Đề Luyện Tập Số 1

Thời gian làm bài: 90 phút

Câu 1: Có 7 tấm bìa ghi 7 chữ "HIỀN", "TÀI", "LÀ", "NGUYÊN", "KHÍ", "QUỐC", "GIA". Một người xếp ngẫu nhiên 7 tấm bìa cạnh nhau. Tính xác suất để khi xếp các tấm bìa được dòng chữ "HIỀN TÀI LÀ NGUYÊN KHÍ QUỐC GIA".

- A.  $\frac{1}{25}$       B.  $\frac{1}{5040}$       C.  $\frac{1}{24}$       D.  $\frac{1}{13}$

Câu 2: Cho phương trình:  $\cos 2\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + 4\cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right) = \frac{5}{2}$ .

Khi đặt  $t = \cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right)$ , phương trình đã cho trở thành phương trình nào dưới đây?

- A.  $4t^2 - 8t + 3 = 0$       B.  $4t^2 - 8t - 3 = 0$       C.  $4t^2 + 8t - 5 = 0$       D.  $4t^2 - 8t + 5 = 0$

Câu 3: Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào không nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ ?

- A.  $y = -x^3 + 2x^2 - 7x$       B.  $y = -4x + \cos x$       C.  $y = -\frac{1}{x^2 + 1}$       D.  $y = \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}\right)^x$

Câu 4: Với hai số thực dương  $a, b$  tùy ý và  $\frac{\log_3 5 \cdot \log_5 a}{1 + \log_3 2} - \log_6 b = 2$ . Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

- A.  $a = b \log_6 2$       B.  $a = 36b$       C.  $2a + 3b = 0$       D.  $a = b \log_6 3$

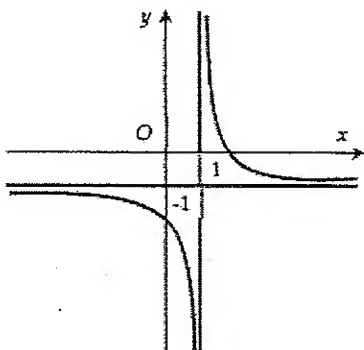
Câu 5: Quả bóng đá được dùng thi đấu tại các giải bóng đá Việt Nam tổ chức có chu vi 68,5cm. Quả bóng được ghép nối bởi các miếng da hình lục giác đều màu trắng và đen, mỗi miếng có diện tích  $49,83\text{cm}^2$ . Hỏi cần ít nhất bao nhiêu miếng da để làm quả bóng trên?

- A.  $\approx 40$  (miếng da)      B.  $\approx 20$  (miếng da)  
C.  $\approx 35$  (miếng da)      D.  $\approx 30$  (miếng da)





Câu 6: Cho hàm số  $y = \frac{ax-b}{x-1}$  có đồ thị như hình dưới. Khẳng định nào dưới đây là đúng?



- A.  $b < 0 < a$
- B.  $0 < b < a$
- C.  $b < a < 0$
- D.  $0 < a < b$

Câu 7: Cho hai hàm số  $f(x) = \log_2 x, g(x) = 2^x$ . Xét các mệnh đề sau:

- (I) Đồ thị hai hàm số đối xứng nhau qua đường thẳng  $y = x$ .
- (II) Tập xác định của hai hàm số trên là  $\mathbb{R}$ .
- (III) Đồ thị hai hàm số cắt nhau tại đúng 1 điểm.
- (IV) Hai hàm số đều đồng biến trên tập xác định của nó.

Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên?

- A. 2.
- B. 3.
- C. 1.
- D. 4

Câu 8: Cho hình lập phương có cạnh bằng  $40\text{cm}$  và một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn nội tiếp hai mặt đối diện của hình lập phương. Gọi  $S_1, S_2$  lần lượt là diện tích toàn phần của hình lập phương và diện tích toàn phần của hình trụ. Tính  $S = S_1 + S_2 (\text{cm}^2)$ .

- A.  $S = 4(2400 + \pi)$
- B.  $S = 2400(4 + \pi)$
- C.  $S = 2400(4 + 3\pi)$
- D.  $S = 4(2400 + 3\pi)$

Câu 9: Kí hiệu  $z_0$  là nghiệm phức có phần thực âm và phần ảo dương của phương trình  $z^2 + 2z + 10 = 0$ . Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức  $w = i^{2017} z_0$ ?

- A.  $M(3; -1)$
- B.  $M(3; 1)$
- C.  $M(-3; 1)$
- D.  $M(-3; -1)$

Câu 10: Tính tổng  $S$  các nghiệm của phương trình  $(2\cos 2x + 5)(\sin^4 x - \cos^4 x) + 3 = 0$  trong khoảng  $(0; 2\pi)$ .

A.  $S = \frac{11\pi}{6}$

B.  $S = 4\pi$

C.  $S = 5\pi$

D.  $S = \frac{7\pi}{6}$

Câu 11: Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho  $\overrightarrow{OA} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$ ,  $B(-2; 2; 0)$ ,  $C(4; 1; -1)$ . Trên mặt phẳng  $(Oxz)$  điểm nào dưới đây cách đều ba điểm  $A, B, C$ ?

A.  $M\left(\frac{3}{4}; 0; \frac{1}{2}\right)$

B.  $N\left(-\frac{3}{4}; 0; -\frac{1}{2}\right)$

C.  $P\left(\frac{3}{4}; 0; -\frac{1}{2}\right)$

D.  $Q\left(-\frac{3}{4}; 0; \frac{1}{2}\right)$

Câu 12: Đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 2ax + b$  có điểm cực tiểu  $A(2; -2)$ . Tính  $a + b$ .

A.  $a + b = 4$

B.  $a + b = 2$

C.  $a + b = -4$

D.  $a + b = -2$

Câu 13: Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ , hai mặt bên  $(SAB)$  và  $(SAD)$  cùng vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết góc giữa hai mặt phẳng  $(SAD)$  và  $(ABCD)$  bằng  $45^\circ$ . Gọi  $V_1, V_2$  lần lượt là thể tích các khối chóp  $S.AHK$  và  $S.ACD$  với  $H$  và  $K$  lần lượt là trung điểm của  $SC$  và  $SD$ . Tính độ dài đường cao  $h$  của khối chóp  $S.ABCD$  và tỷ số  $k = \frac{V_1}{V_2}$ .

A.  $h = a, k = \frac{1}{4}$

B.  $h = a, k = \frac{1}{6}$

C.  $h = 2a, k = \frac{1}{8}$

D.  $h = 2a, k = \frac{1}{3}$

Câu 14: Cho hàm số  $f(x) = \ln^2(x^2 - 2x + 4)$ . Tìm các giá trị của  $x$  để  $f'(x) > 0$ .

A.  $x \neq 0$

B.  $x > 0$

C.  $x > 1$

D. mọi  $x$

Câu 15: Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{e^{ax} - 1}{x} & \text{khi } x \neq 0 \\ \frac{1}{2} & \text{khi } x = 0 \end{cases}$ , với  $a \neq 0$ . Tìm giá trị của  $a$  để hàm số  $f(x)$


liên tục tại  $x_0 = 0$ .

- A.  $a = 1$       B.  $a = \frac{1}{2}$       C.  $a = -1$       D.  $a = -\frac{1}{2}$

Câu 16: Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định, liên tục trên  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$  và có bảng biến thiên như dưới đây:  
 Tìm điều kiện của  $m$  để phương trình  $f(x) = m$  có ba nghiệm phân biệt.

- A.  $m < 0$       B.  $m > 0$   
 C.  $0 < m < \frac{27}{4}$       D.  $m > \frac{27}{4}$

$x$	$-\infty$	0	1	3	$+\infty$	
$y'$	+	0	+	-	0	+
$y$						



Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 2x - y + z - 10 = 0$  và đường thẳng  $d: \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-1}$ . Đường thẳng  $\Delta$  cắt  $(P)$  và  $d$  lần lượt tại hai điểm  $M$  và  $N$  sao cho  $A(1;3;2)$  là trung điểm của cạnh  $MN$ . Tính độ dài đoạn  $MN$ .

- A.  $MN = 4\sqrt{33}$       B.  $MN = 2\sqrt{26,5}$       C.  $MN = 4\sqrt{16,5}$       D.  $MN = 2\sqrt{33}$

Câu 18: Tìm số hạng không chứa  $x$  trong khai triển của  $\left(x\sqrt{x} + \frac{1}{x^4}\right)^n$ , với  $x > 0$  nếu biết rằng  $C_n^2 - C_n^1 = 44$ .

- A. 165.      B. 238.      C. 485.      D. 525

Câu 19: Cho hai hàm số  $F(x) = (x^2 + ax + b)e^{-x}$  và  $f(x) = (-x^2 + 3x + 6)e^{-x}$ . Tìm  $a$  và  $b$  để  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$ .

- A.  $a = 1, b = -7$       B.  $a = -1, b = -7$       C.  $a = -1, b = 7$       D.  $a = 1, b = 7$

Câu 20: Cho lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $a$ ,  $AA' = \frac{3a}{2}$ . Biết hình chiếu vuông góc của  $A'$  xuống mặt phẳng  $(ABC)$  là trung điểm của  $BC$ . Tính thể tích  $V$  của khối lăng trụ đó.

- A.  $V = a^3$       B.  $V = \frac{2a^3}{3}$       C.  $V = \frac{3a^3}{4\sqrt{2}}$       D.  $V = a^3\sqrt{\frac{3}{2}}$

Câu 21: Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{3-x^2}{2} & \text{khi } x < 1 \\ \frac{1}{x} & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$ . Khẳng định nào dưới đây là sai?

- A. Hàm số  $f(x)$  liên tục tại  $x=1$ .
- B. Hàm số  $f(x)$  có đạo hàm tại  $x=1$ .
- C. Hàm số  $f(x)$  liên tục tại  $x=1$  và hàm số  $f(x)$  cũng có đạo hàm tại  $x=1$ .
- D. Hàm số  $f(x)$  không có đạo hàm tại  $x=1$ .

Câu 22: Biết đường thẳng  $y = -\frac{9}{4}x - \frac{1}{24}$  cắt đồ thị hàm số  $y = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x$  tại điểm duy nhất; kí hiệu  $(x_0; y_0)$  là tọa độ của điểm đó. Tìm  $y_0$ .

- A.  $y_0 = \frac{13}{12}$
- B.  $y_0 = \frac{12}{13}$
- C.  $y_0 = -\frac{1}{2}$
- D.  $y_0 = -2$

Câu 23: Cho cấp số cộng  $(u_n)$  và gọi  $S_n$  là tổng  $n$  số đầu tiên của nó. Biết  $S_7 = 77$  và  $S_{12} = 192$ . Tìm số hạng tổng quát  $u_n$  của cấp số cộng đó.

- A.  $u_n = 5 + 4n$
- B.  $u_n = 3 + 2n$
- C.  $u_n = 2 + 3n$
- D.  $u_n = 4 + 5n$

Câu 24: Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1;2;-4)$ ,  $B(1;-3;1)$ ,  $C(2;2;3)$ . Tìm đường kính  $I$  của mặt cầu  $(S)$  đi qua ba điểm trên và có tâm nằm trên mặt phẳng  $(Oxy)$ .

- A.  $I = 2\sqrt{13}$
- B.  $I = 2\sqrt{41}$
- C.  $I = 2\sqrt{26}$
- D.  $I = 2\sqrt{11}$

Câu 25: Đồ thị hàm số  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 4x} - \sqrt{x^2 - 3x}}$  có bao nhiêu tiệm cận ngang?

- A. 3
- B. 1
- C. 4
- D. 2

Câu 26: Lập được bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau chọn từ tập  $A = \{1;2;3;4;5\}$  sao cho số lập được luôn có mặt chữ số 3.

A. 72.

B. 48.

C. 36.

D. 32.

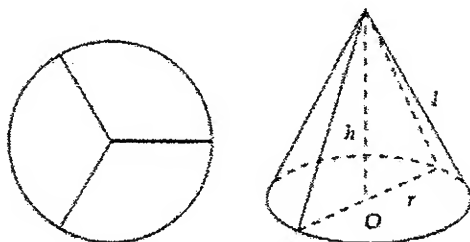
Câu 27: Người thợ gia công của một cơ sở chất lượng cao X cắt một miếng tôn hình tròn với bán kính  $60\text{cm}$  thành ba miếng hình quạt bằng nhau. Sau đó người thợ ấy uốn và hàn ba miếng tôn đó để được ba cái phễu hình nón. Hỏi thể tích  $V$  của mỗi cái phễu đó bằng bao nhiêu?

A.  $V = \frac{16000\sqrt{2}}{3}$  lít

B.  $V = \frac{16\sqrt{2}\pi}{3}$  lít

C.  $V = \frac{16000\sqrt{2}\pi}{3}$  lít

D.  $V = \frac{160\sqrt{2}\pi}{3}$  lít



Câu 28: Cho hàm số  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$  có đồ thị (C). Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị (C) có tung độ là nghiệm phương trình  $2f'(x) - x \cdot f''(x) - 6 = 0$ ?

A. 1.

B. 4.

C. 2.

D. 3

Câu 29: Ông An muốn xây một cái bể chứa nước lớn dạng một khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng  $288\text{m}^3$ . Đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng, giá thuê nhân công để xây bể là  $500000$  đồng/ $\text{m}^2$ . Nếu ông An biết xác định các kích thước của bể hợp lý thì chi phí thuê nhân công sẽ thấp nhất. Hỏi ông An trả chi phí thấp nhất để xây dựng bể đó là bao nhiêu?

A. 108 triệu đồng

B. 54 triệu đồng

C. 168 triệu đồng

D. 90 triệu đồng

Câu 30: Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{2}$ ,

$A(2;1;4)$ . Gọi  $H(a;b;c)$  là điểm thuộc  $d$  sao cho  $AH$  có độ dài nhỏ nhất. Tính  $T = a^3 + b^3 + c^3$ .

A.  $T = 8$

B.  $T = 62$

C.  $T = 13$

D.  $T = \sqrt{5}$

Câu 31: Cho hàm số  $f(x) = 5^x \cdot 8^{2x^3}$ . Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

A.  $f(x) \leq 1 \Leftrightarrow x \log_2 5 + 2x^3 \leq 0$

B.  $f(x) \leq 1 \Leftrightarrow x + 6x^3 \log_5 2 \leq 0$

C.  $f(x) \leq 1 \Leftrightarrow x \log_2 5 + 3x^3 \leq 0$

D.  $f(x) \leq 1 \Leftrightarrow x \log_2 \sqrt{5} + 3x^3 \leq 0$

Câu 32: Cho hình lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$  có các cạnh đều bằng  $a$ . Tính diện tích  $S$  của mặt cầu đi qua 6 đỉnh của hình lăng trụ đó.

A.  $S = \frac{49\pi a^2}{144}$       B.  $S = \frac{7a^2}{3}$       C.  $S = \frac{7\pi a^2}{3}$       D.  $S = \frac{49a^2}{144}$

Câu 33: Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  để hàm số  $f(x) = 2x^3 - 6x^2 - m + 1$  có các giá trị cực trị trái dấu?

A. 2      B. 9      C. 3      D. 7

Câu 34: Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có  $\int_0^1 f(x)dx = 2$ ;  $\int_0^3 f(x)dx = 6$ . Tính

$I = \int_{-1}^1 f(|2x-1|)dx.$

A.  $I = \frac{2}{3}$       B.  $I = 4$       C.  $I = \frac{3}{2}$       D.  $I = 6$

Câu 35: Cho hình chóp tam giác đều  $S.ABC$  có độ dài cạnh đáy bằng  $a$ , cạnh bên bằng  $a\sqrt{3}$ . Gọi  $O$  là tâm của đáy  $ABC$ ,  $d_1$  là khoảng cách từ  $A$  đến mặt phẳng  $(SBC)$  và  $d_2$  khoảng cách từ  $O$  đến mặt phẳng  $(SBC)$ . Tính  $d = d_1 + d_2$ .

A.  $d = \frac{2a\sqrt{22}}{11}$       B.  $d = \frac{2a\sqrt{22}}{33}$       C.  $d = \frac{8a\sqrt{22}}{33}$       D.  $d = \frac{8a\sqrt{22}}{11}$

Câu 36: Gọi  $x, y$  là các số thực dương thỏa mãn điều kiện  $\log_9 x = \log_6 x = \log_4 (x+y)$  và

$\frac{x}{y} = \frac{-a+\sqrt{b}}{2}$ , với  $a, b$  là hai số nguyên dương. Tính  $a+b$ .

A.  $a+b=6$       B.  $a+b=11$       C.  $a+b=4$       D.  $a+b=8$

Câu 37: : Tính diện tích  $S$  của hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi đường cong  $y = -x^3 + 12x$  và  $y = -x^2$ .

A.  $S = \frac{343}{12}$       B.  $S = \frac{793}{4}$       C.  $S = \frac{397}{4}$       D.  $S = \frac{937}{12}$

Câu 38: : Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = \sin^3 x - 3\cos^2 x - m\sin x - 1$  đồng biến trên đoạn  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ .

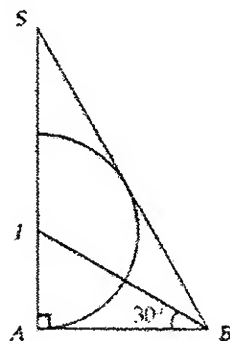
- A.  $m > -3$       B.  $m \leq 0$       C.  $m \leq -3$       D.  $m > 0$

Câu 39. Gọi  $M$  và  $m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x - 2}$  trên tập hợp  $D = (-\infty; -1] \cup \left[1; \frac{3}{2}\right]$ . Tính giá trị  $T$  của  $m.M$

- A.  $T = \frac{1}{9}$       B.  $T = \frac{3}{2}$       C.  $T = 0$       B.  $T = -\frac{3}{2}$

Câu 40: Cho tam giác  $SAB$  vuông tại  $A$ ,  $ABS = 60^\circ$ , đường phân giác trong của  $ABS$  cắt  $SA$  tại điểm  $I$ , Vẽ nửa đường tròn tâm  $I$  bán kính  $IA$  (như hình vẽ). Cho  $\Delta SAB$  và nửa đường tròn trên cùng quay quanh  $SA$  tạo nên các khối tròn xoay có thể tích tương ứng  $V_1, V_2$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.  $4V_1 = 9V_2$       B.  $9V_1 = 4V_2$   
C.  $V_1 = 3V_2$       D.  $2V_1 = 3V_2$



Câu 41: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $k$  để có  $\int_1^k (2x-1)dx = 4 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x}$ .

- A.  $\begin{cases} k=1 \\ k=2 \end{cases}$       B.  $\begin{cases} k=1 \\ k=-2 \end{cases}$       C.  $\begin{cases} k=-1 \\ k=-2 \end{cases}$       D.  $\begin{cases} k=-1 \\ k=2 \end{cases}$

Câu 42: Có bao nhiêu giá trị thực của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = x^4 - 2mx^2 + m - 1$  có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có bán kính đường tròn ngoại tiếp chúng bằng 1?

- A. 1.      B. 2.      C. 3.      D. 4.

Câu 43: Một hình vuông  $ABCD$  có cạnh  $AB = a$ , diện tích  $S_1$ . Nối 4 trung điểm  $A_1, B_1, C_1, D_1$  theo thứ tự của 4 cạnh  $AB, BC, CD, DA$  ta được hình vuông thứ hai là  $A_1B_1C_1D_1$  có diện tích  $S_2$ . Tiếp tục như thế, ta được hình vuông thứ ba là  $A_2B_2C_2D_2$  có diện tích  $S_3$  và cứ tiếp tục như thế, ta được diện tích  $S_4, S_5, \dots, S = S_1 + S_2 + \dots + S_{100}$ .

A.  $S = \frac{2^{100} - 1}{2^{99} a^2}$       B.  $S = \frac{a(2^{100} - 1)}{2^{99}}$       C.  $S = \frac{a^2(2^{100} - 1)}{2^{99}}$       D.  $S = \frac{a^2(2^{99} - 1)}{2^{99}}$

Câu 44: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để bất phương trình  $\log_{0,02}(\log_2(3^x + 1)) > \log_{0,02} m$  có nghiệm với mọi  $x \in (-\infty; 0)$ .

A.  $m > 9$       B.  $m < 2$       C.  $0 < m < 1$       D.  $m \geq 1$

Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $M(3; 2; 1)$ . Mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $M$  và cắt các trục tọa độ  $Ox, Oy, Oz$  lần lượt tại các điểm  $A, B, C$  không trùng với điểm gốc tọa độ sao cho  $M$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ . Trong các mặt phẳng sau, tìm mặt phẳng song song với mặt phẳng  $(P)$ .

A.  $3x + 2y + z + 14 = 0$       B.  $2x + y + 3z + 9 = 0$       C.  $3x + 2y + z - 14 = 0$       D.  $2x + y + z - 9 = 0$

Câu 46: Cho số phức  $z = a + bi (a, b \in \mathbb{R})$ . Biết tập hợp các điểm  $A$  biểu diễn hình học số phức  $z$  là đường tròn  $(C)$  có tâm  $I(4; 3)$  và bán kính  $R = 3$ . Đặt  $M$  là giá trị lớn nhất,  $m$  là giá trị nhỏ nhất của  $F = 4a + 3b - 1$ . Tính giá trị  $M + m$ .

A.  $M + m = 63$       B.  $M + m = 48$       C.  $M + m = 50$       D.  $M + m = 41$

Câu 47: Biết  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình

$$\log_7 \left( \frac{4x^2 - 4x + 1}{2x} \right) + 4x^2 + 1 = 6x \quad \text{và} \quad x_1 + 2x_2 = \frac{1}{4}(a + \sqrt{b}) \quad \text{với } a, b \text{ là hai số nguyên dương.}$$

Tính  $a + b$ .

A.  $a + b = 16$       B.  $a + b = 11$       C.  $a + b = 14$       D.  $a + b = 13$

Câu 48: Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu

$$(S): x^2 + y^2 + z^2 + ax + by + cz + d = 0$$



có bán kính  $R = \sqrt{19}$ , đường thẳng  $d: \begin{cases} x = 5 + t \\ y = -2 - 4t \\ z = -1 - 4t \end{cases}$  và mặt phẳng  $(P): 3x - y - 3z - 1 = 0$ .

Trong các số  $\{a; b; c; d\}$  theo thứ tự dưới đây, số nào thỏa mãn  $a + b + c + d = 43$ , đồng thời tâm  $I$  của  $(S)$  thuộc đường thẳng  $d$  và  $(S)$  tiếp xúc mặt phẳng  $(P)$ ?

- A.  $\{-6; -12; -14; 75\}$       B.  $\{6; 10; 20; 7\}$       C.  $\{-10; 4; 2; 47\}$       D.  $\{3; 5; 6; 29\}$

Câu 49: Đặt  $f(n) = (n^2 + n + 1)^2 + 1$ . Xét dãy số  $(u_n)$  sao cho  $u_n = \frac{f(1) \cdot f(3) \cdot f(5) \dots f(2n-1)}{f(2) \cdot f(4) \cdot f(6) \dots f(2n)}$ .

Tính  $\lim_{n \rightarrow \infty} n\sqrt{u_n}$ .

- A.  $\lim_{n \rightarrow \infty} n\sqrt{u_n} = \sqrt{2}$       B.  $\lim_{n \rightarrow \infty} n\sqrt{u_n} = \frac{1}{\sqrt{3}}$       C.  $\lim_{n \rightarrow \infty} n\sqrt{u_n} = \sqrt{3}$       D.  $\lim_{n \rightarrow \infty} n\sqrt{u_n} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

Câu 50: Cho  $f(x)$  là hàm liên tục trên đoạn  $[0; a]$  thỏa mãn  $\begin{cases} f(x) \cdot f(a-x) = 1 \\ f(x) > 0, \forall x \in [0; a] \end{cases}$  và

$\int_0^a \frac{dx}{1+f(x)} = \frac{ba}{c}$ , trong đó  $b, c$  là hai số nguyên dương và  $\frac{b}{c}$  là phân số tối giản. Khi đó  $b+c$

có giá trị thuộc khoảng nào dưới đây?

- A.  $(11; 12)$       B.  $(0; 9)$       C.  $(7; 21)$       D.  $(2017; 2020)$

### Bảng Đáp Án

1.B	2.A	3.C	4.B	5.D	6.C	7.A	8.B	9.C	10.B
11.C	12.B	13.A	14.C	15.B	16.D	17.C	18.A	19.B	20.C
21.D	22.A	23.B	24.C	25.D	26.C	27.B	28.A	29.A	30.B
31.B	32.C	33.D	34.B	35.C	36.B	37.D	38.B	39.C	40.B
41.D	42.B	43.C	44.D	45.D	46.B	47.C	48.A	49.D	50.B

### Hướng dẫn giải

**Câu 1: Đáp án B.**

Xếp ngẫu nhiên 7 tấm bìa có  $7! = 5040$  cách xếp.  $\Rightarrow$  Không gian mẫu:  $n(\Omega) = 5040$ .

Đặt A là biến cố "xếp được chữ HIỀN TÀI LÀ NGUYÊN KHÍ QUỐC GIA".

Ta có  $n(A) = 1$  ( chỉ có duy nhất một cách). Vậy  $P(A) = \frac{1}{5040}$ .

**Câu 2: Đáp án A.**

Áp dụng công thức  $\cos \alpha = -\cos(\pi - \alpha)$  cho  $\alpha = x + \frac{\pi}{3}$  ta được phương trình đã cho

$$\text{trương đương với: } -\cos 2\left(\frac{\pi}{6} - x\right) + 4\cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right) - \frac{5}{2} = 0$$

$$\Leftrightarrow -4\cos^2\left(\frac{\pi}{6} - x\right) + 8\cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right) - 3 = 0$$

Khi đặt  $t = \cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right)$ , phương trình trở thành:  $-4t^2 + 8t - 3 = 0 \Leftrightarrow 4t^2 - 8t + 3 = 0$ .

**Câu 3: Đáp án C.**

Ta kiểm tra từng hàm:

\*Với đáp án A:  $y' = -3x^2 + 6x - 7 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ .

\*Với đáp án B:  $y' = -4 - \sin x \leq -3 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ .

\*Với đáp án C:  $y' = \frac{2x}{(x^2+1)^2}$ .

Khi  $x > 0 \Rightarrow y' > 0$ , hàm đồng biến.

Khi  $x < 0 \Rightarrow y' < 0$ , hàm nghịch biến.

Kết luận hàm số không nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ .

\*Với đáp án D:

$$y' = \left( \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} \right)^x \cdot \ln \left( \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} \right) < 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Câu 4: Đáp án B.

Cách 1: Tự Luận

Ta có:  $\frac{\log_3 5 \cdot \log_5 a}{1 + \log_3 2} - \log_6 b = 2 \Leftrightarrow \frac{\log_3 a}{\log_3 6} - \log_6 b = 2 \Leftrightarrow \log_6 a - \log_6 b = 2$

$$\Leftrightarrow \log_6 \frac{a}{b} = 2 \Leftrightarrow \frac{a}{b} = 36 \Leftrightarrow a = 36b.$$

Cách 2: Casio : Chọn b bất kì rồi Solve tìm a

Bước 1: Nhập biểu thức, chọn b=10

Bước 2: Solve  $\text{SHIFT}$   $\text{CALC}$   $\text{=}$

Vậy  $a = 36b$

Câu 5: Đáp án D. Vì thiết diện qua tâm là đường tròn có chu vi  $68,5(cm)$  nên giả sử bán kính mặt cầu là  $R$  thì ta có:  $2\pi R = 68,5 \Rightarrow R = \frac{68,5}{2\pi}$ . Suy ra diện tích mặt cầu:

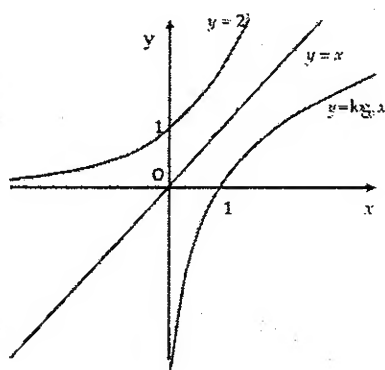
$$S = 4\pi R^2 = 4\pi \left( \frac{68,5}{2\pi} \right)^2 \approx 1493,59(cm^2).$$

Vì mỗi miếng da có diện tích  $49,83(cm^2)$  nên để phủ kín được mặt của quả bóng thì số miếng da cần là  $\frac{1493,59}{49,83} \approx 29,97$ . Vậy phải cần khoảng 30 miếng da.

Câu 6: Đáp án C.

Dựa vào đồ thị, ta có:

$$\begin{cases} \frac{a}{1} = -1 \\ -a + b > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 < 0 \\ -b < -1 = a \end{cases} \Rightarrow b < a < 0.$$



Câu 7: Đáp án A.

Các mệnh đề đúng là:

- (1). Đồ thị hai hàm số đối nhau qua đường thẳng  $y = x$ .
- (4). Hai hàm số đều đồng biến trên tập xác định của nó.

Câu 8: Đáp án B.

Ta có:  $S_1 = 6.40^2 = 9600$ .

Bán kính đường tròn nội tiếp hai mặt đối diện của hình lập phương là:  $r = 20$  cm; hình trụ có đường sinh  $h = 40$  cm. Diện tích toàn phần hình trụ là:

$$S_2 = 2\pi.20^2 + 2\pi.20.40 = 2400\pi.$$

Vậy:  $S = S_1 + S_2 = 9600 + 2400\pi = 2400(4 + \pi)$ .

Câu 9: Đáp án C.

### Cách 1: Tự Luận

Ta có:  $z^2 + 2z + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -1 + 3i \\ z = -1 - 3i \end{cases}$  Suy ra  $z_0 = -1 + 3i$

$\Rightarrow w = i^{2017} z_0 = i \cdot (-1 + 3i) = -3 - i$

Vậy  $M(-3; -1)$  là điểm biểu diễn số phức  $w$ .

### Cách 2: Casio

Bước 1: Giải nghiệm rồi lưu nghiệm thỏa mãn vào X

**MODE** **5** **3** **1** **=** **2** **=** **1** **0** **=** **=**  
 $X_1 =$   $-1 + 3i$   $X_2 =$   $-1 - 3i$

**SHIFT** **RCL** **)**

Stored to X

Bước 2: Tính biểu thức

**MODE** **2** **ENG**  **$\alpha^\theta$**  **2** **0** **1** **7**  **$\blacktriangleright$**  **ALPHA** **)** **=**  
 $i^{2017} X$   $-3 - i$

Câu 10: Đáp án B.

Ta có:  $(2\cos 2x + 5)(\sin^4 x - \cos^4 x) + 3 = 0 \Leftrightarrow (2\cos 2x + 5)(\sin^2 x - \cos^2 x) + 3 = 0$

$\Leftrightarrow -(2\cos 2x + 5)\cos 2x + 3 = 0 \Leftrightarrow -2\cos^2(2x) - 5\cos 2x + 3 = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = \frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

$$\Leftrightarrow x \in \left\{ \frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}; \frac{7\pi}{6}; \frac{11\pi}{6} \right\}. \text{ Do đó: } S = \frac{\pi}{6} + \frac{5\pi}{6} + \frac{7\pi}{6} + \frac{11\pi}{6} = 4\pi.$$

Casio : Dùng Table để tìm các nghiệm

MODE 7 ( ) 2 cos 2 (ALPHA) ) ) + 5 ) ( sin (ALPHA) ) ) x^4 ( ) = cos (ALPHA) ) ) x^4 ( ) + 3

$$f(X) = (2\cos(2X) + 3)$$

(Tắt G(x) đi nhé em : SHIFT MODE ( ) 5 1)

= 0 = 2 SHIFT x10^2 = SHIFT x10^2 ÷ 1 2 =

X	F(X)	X	F(X)	X	F(X)	X	F(X)
0.2517	-2.83	10.2551	-2.83	14.34033	-2.83	22.54977	-2.83
0.7853	0.5235987756	12.8197	2.617993878	15.8269	3.665191429	23.60555	5.759586532

Các em cộng nhanh kết quả ta được  $4\pi$

Câu 11: Đáp án C.

Ta có:  $A(2;2;2)$ , gọi  $P(x;0;z) \in (Oxz)$ .  $PA = (x-2)^2 + 4 + (z-2)^2$ .

Suy ra:  $PB = (x+2)^2 + 4 + z^2$ .  $PC = (9x-4)^2 + 1 + (z+1)^2$ .

Mà  $PA = PB = PC$ . Nên ta tìm được  $x = \frac{3}{4}, z = -\frac{1}{2}$ .

Câu 12: Đáp án B.

Ta có  $y' = 3x^2 - 6x + 2a$ . Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu  $A(2;-2)$  nên suy ra:

$y'(2) = 0 \Leftrightarrow 2a = 0 \Leftrightarrow a = 0$ . Do đồ thị đi qua  $A(2;-2) \Rightarrow -2 = 8 - 12 + b \Leftrightarrow b = 2$ .

Vậy  $a + b = 2$ .

Câu 13: Đáp án A.

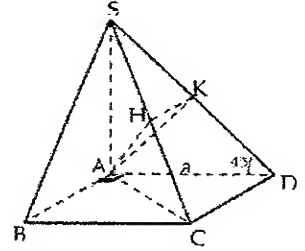
Do (SAB) và (SAD) cùng vuông góc mặt phẳng đáy nên  $SA \perp (ABCD)$ .

Dễ thấy góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và ABCD là

$$SDA = 45^\circ.$$

Ta có  $\triangle SAD$  vuông cân tại đỉnh A. Vậy  $h = SA = a$ .

Áp dụng công thức tỉ số thể tích ta có:  $\frac{V_1}{V_2} = \frac{SH}{SC} \cdot \frac{SK}{SD} = \frac{1}{4}$ .



Câu 14: Đáp án C.

Tập xác định:  $D = \mathbb{R}$ .  $f'(x) = \frac{4x-4}{x^2-2x+4} \cdot \ln(x^2-2x+4)$ .

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{4x-4}{x^2-2x+4} \cdot \ln(x^2-2x+4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-1 > 0 \\ \ln(x^2-2x+4) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x^2-2x+4 > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x^2-2x+3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-1 < 0 \\ \ln(x^2-2x+4) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x^2-2x+4 < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x^2-2x+3 < 0 \end{cases} \text{ (VN)}$$

Casio:

Chúng ta dùng tính năng tính đạo hàm tại 1 điểm của máy tính

MODE 1

MODE 1 SHIFT  $\int$   $\ln$  ALPHA  $\square$   $x^2$   $-$  2 ALPHA  $\square$   $+$  4  $\square$   $x^2$

$\ln(x^2-2x+4)^2$

Sau đó thử các giá trị x đặc trưng với các đáp án

► 1 0  $\square$

$\ln(x^2-2x+4)^2$   $\square$  Math  $\Delta$   $\frac{d}{dx}$   $\square$  Math  $\Delta$   $\ln(x^2-2x+4)^2$

1.898921485

$$\left. (-2x+4)^2 \right|_{x=-10} \quad \frac{d}{dx} (\ln(x^2-2x+4)) \Big|_{x=-10} = -1.710422491$$

Vậy khoảng B.

Câu 15: Đáp án B.

Tập xác định:  $D = \mathbb{R}$ .  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{ax}-1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{ax}-1}{ax} \cdot a = a.$

$f(0) = \frac{1}{2}$ ; hàm số liên tục tại  $x_0 = 0$  khi và chỉ khi:  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}.$

Casio: Các em nhập biểu thức  $\frac{e^{ax}-1}{x} - \frac{1}{2}$

Xét đáp án A:  $\boxed{\text{CALC}} \boxed{1} \boxed{=}$

$$\frac{e^{AX}-1}{X} - \frac{1}{2} = 0.5000005$$

Xét đáp án B:  $\boxed{\text{CALC}} \boxed{0} \boxed{.} \boxed{5} \boxed{=}$

$$\frac{e^{AX}-1}{X} - \frac{1}{2} = \frac{3}{25000000} \approx 0^{\circ}0'0''$$

Như vậy đáp án B đúng

Câu 16: Đáp án D.

Để phương trình  $f(x) = m$  có 3 nghiệm phân biệt thì đường thẳng  $y = m$  phải cắt đồ thị hàm số  $y = f(x)$  tại 2 điểm phân biệt.

Qua bảng biến thiên ta thấy, đường thẳng  $y = m$  cắt đồ thị hàm số  $y = f(x)$  khi

$$m > \frac{27}{4}.$$





Dùng Table tìm hệ số

SHIFT MODE ▾ 5 2  
MODE 7 1 1 SHIFT ÷ ALPHA ) =

$$f(X) = 110X$$

= 1 0 x^1 1 0 5 ALPHA ) ► x ( = 1 ▾ 1 0 x^4 ► ► ) x^1  
1 = ALPHA )

$$g(X) = 10^{1.5X} \times \left(\frac{1}{10}\right)^{11-X} \quad g(X) = \left(\frac{1}{10^4}\right)^{11-X}$$

= 0 = 1 1 = 1 =  

X	F(X)	G(X)
1	330	3.16227
2	165	3.16227
3	55	3.16227

Câu 19: Đáp án B.

Ta có  $F'(x) = (-x^2(2-a)x + a-b)e^{-x} = f(x)$ . Nên  $\begin{cases} 2-a=3 \\ a-b=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=-7 \end{cases}$ .

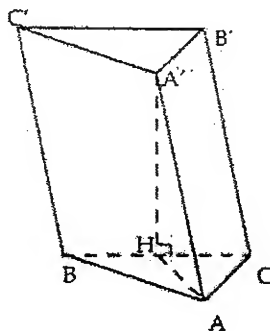
Câu 20: Đáp án C.

Gọi H là trung điểm BC. Theo giả thiết, A'H là đường cao hình lăng trụ và:

$$A'H = \sqrt{AA'^2 - AH^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}. \text{ Vậy thể tích}$$

khối lăng trụ là:

$$V = S_{\triangle ABC} \cdot A'H = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{8}.$$



Câu 21: Đáp án D.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3-x^2}{2} = 1 \text{ và } \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x} = 1.$$

Do đó, hàm số  $y = f(x)$  liên tục tại  $x = 1$ .

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1-x^2}{2(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1+x}{-2} = -1, \text{ và}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1-x}{x(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-1}{x} = -1.$$

Do đó, hàm số liên tục tại  $x = -1$ .

**Câu 22: Đáp án A.**

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số:

$$-\frac{9}{4}x - \frac{1}{24} = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x \Leftrightarrow \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + \frac{x}{4} + \frac{1}{24} = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}. \text{ Do đó, } y_0 = y\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{13}{12}.$$

(Các em dùng Casio tìm nghiệm cho nhanh nhé)

**Câu 23: Đáp án B.**

$$\text{Ta có: } \begin{cases} S_1 = 77 \\ S_2 = 192 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7u_1 + \frac{7 \cdot 6 \cdot d}{2} = 77 \\ 12u_1 + \frac{12 \cdot 11 \cdot d}{2} = 192 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7u_1 + 21d = 77 \\ 12u_1 + 66d = 192 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 5 \\ d = 2 \end{cases}$$

Khi đó:  $u_n = u_1 + (n-1)d = 5 + 2(n-1) = 3 + 2n$ .

**Câu 24: Đáp án C.**

Gọi tâm mặt cầu là  $I(x; y; 0)$ .  $\begin{cases} IA = IB \\ IA = IC \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{(x-1)^2 + (y-2)^2 + 4^2} = \sqrt{(x-1)^2 + (y+3)^2 + 1^2} \\ \sqrt{(x-1)^2 + (y-2)^2 + 4^2} = \sqrt{(x-1)^2 + (y+3)^2 + 3^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (y-2)^2 + 4^2 = (y+3)^2 + 1^2 \\ x^2 - 2x + 1 + 16 = x^2 - 4x + 4 + 9 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 10y = 10 \\ 2x = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \end{cases} \rightarrow l = 2R = 2\sqrt{(-3)^2 + (-1)^2 + 4} = 2\sqrt{26}.$$

Câu 25: Đáp án D.

$$\text{ĐKXĐ: } \begin{cases} x^2 - 4x \geq 0 \\ x^2 - 3x \geq 0 \\ \sqrt{x^2 - 4x} - \sqrt{x^2 - 3x} \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \vee x \geq 4 \\ x \leq 0 \vee x \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow x < 0 \vee x \geq 4$$

Nên tập xác định:  $D = (-\infty; 0) \cup [4; +\infty)$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{x^2 - 4x} - \sqrt{x^2 - 3x}} &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 4x} + \sqrt{x^2 - 3x}}{-x} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\sqrt{1 - \frac{4}{x}} + x\sqrt{1 - \frac{3}{x}}}{-x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{1 - \frac{4}{x}} + \sqrt{1 - \frac{3}{x}}}{-1} \end{aligned}$$

$\rightarrow y = -2$  là tiệm cận ngang.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{\sqrt{x^2 - 4x} - \sqrt{x^2 - 3x}} &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 4x} + \sqrt{x^2 - 3x}}{-x} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x\sqrt{1 - \frac{4}{x}} + x\sqrt{1 - \frac{3}{x}}}{-x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{1 - \frac{4}{x}} + \sqrt{1 - \frac{3}{x}}}{-1} \end{aligned}$$

$\rightarrow y = 2$  là tiệm cận ngang.

Casio :

Bước 1: Nhập biểu thức

$$\frac{1}{\sqrt{x^2 - 4x} - \sqrt{x^2 - 3x}}$$

Bước 2: CALC  $X = \pm 10^6$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{x^2 - 4x} - \sqrt{x^2 - 3x}} &= -1.9999965 \\ \frac{1}{\sqrt{x^2 - 4x} - \sqrt{x^2 - 3x}} &= 2.00000348 \end{aligned}$$

Vậy có 2 đường tiệm cận ngang

Câu 26: Đáp án C.

Số cách chọn ra 3 số trong đó có 1 số là số 3, 2 số còn lại mình chọn trong 4 số 1,2,4,5 là  $A_4^2$  sau đó sắp xếp 3 số này có  $3!$  cách

$$4C_2 \times 3!$$

$$36$$

Câu 27: Đáp án B.

Đổi  $60 \text{ cm} = 60 \text{ dm}$ . Đường sinh của hình nón tạo thành là:  $l = 6 \text{ dm}$ .

Chu vi đường tròn đáy của hình nón tạo thành bằng  $2\pi r = \frac{2\pi \cdot 6}{3} = 4\pi \text{ dm}$ .

Suy ra bán kính đáy của hình nón tạo thành bằng  $r = \frac{4\pi}{2\pi} = 2 \text{ dm}$ .

Đường cao của khối nón tạo thành là:  $h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{6^2 - 2^2} = 4\sqrt{2}$ .

Thể tích của mỗi cái phễu là:  $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 2^2 \cdot 4\sqrt{2} = \frac{16\sqrt{2}\pi}{3} \text{ dm}^3 = \frac{16\sqrt{2}\pi}{3} \text{ lít}$ .

Câu 28: Đáp án A.

Ta có:  $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$ ;  $f''(x) = 6x - 12$ .

$$2f'(x) - x \cdot f''(x) - 6 = 0 \Leftrightarrow 2(3x^2 - 12x + 9) - x(6x - 12) - 6 = 0$$

(Đến đây các em nhập phương trình Solve cho nhanh nhé đồ phải rút gọn)

$$\Leftrightarrow -12x + 12 = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

Khi  $x = 1 \rightarrow f'(1) = 0$ ,  $f(1) = 5$ . Suy ra phương trình tiếp tuyến  $y = 5$ .

Câu 29: Đáp án A.

Theo bài ra ta có để chi phí thuê công nhân là thấp nhất thì ta phải xây dựng bể sao cho tổng diện tích xung quanh và diện tích đáy là nhỏ nhất.

Gọi ba kích thước của bể là  $a, 2a, c$ . Ta có diện tích cách mặt cần xây là

$$S = 2a^2 + 4ac + 2ac = 2a^2 + 6ac. \text{ Thể tích bể: } V = a \cdot 2a \cdot c = 2a^2c = 288 \Rightarrow c = \frac{144}{a^2}.$$

$$\text{Suy ra: } S = 2a^2 + 6a \cdot \frac{144}{a^2} = 2a^2 + \frac{864}{a} = 2a^2 + \frac{432}{a} + \frac{432}{a} \geq 3\sqrt[3]{2a^2 \cdot \frac{432}{a} \cdot \frac{432}{a}} = 216.$$

$$\text{Vậy: } S_{\min} = 216 \text{ cm}^2 = 2,16 \text{ m}^2.$$

Chi phí thấp nhất là:  $2,16 \times 500000 = 108$  triệu đồng.

**Câu 30: Đáp án B.**

Phương trình tham số của đường thẳng

$$d = \begin{cases} x = 1+t \\ y = 2+t \quad (t \in \mathbb{R}). \\ z = 1+2t \end{cases} H \in d \Rightarrow H(1+t; 2+t; 1+2t).$$

$$\text{Độ dài } AH = \sqrt{(1+t)^2 + (2+t)^2 + (1+2t)^2} = \sqrt{6t^2 - 12t + 11} = \sqrt{6(t-1)^2 + 5} \geq \sqrt{5}.$$

Độ dài AH nhỏ nhất bằng  $\sqrt{5}$  khi  $t=1 \rightarrow H(2; 3; 3)$ . Vậy

$$a=2, b=3, c=3 \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = 62.$$

**Câu 31: Đáp án B.**

$$\text{Ta có: } x \log_2 5 + 2x^3 \leq 0 \Leftrightarrow \log_2 5^x + \log_2 2^{2x^3} \leq 0 \Leftrightarrow \log_2 (5^x \cdot 2^{2x^3}) \leq 0 \Leftrightarrow 5^x \cdot 2^{2x^3} \leq 1.$$

Vậy A sai.

**Câu 32: Đáp án C.**

Gọi mặt cầu đi qua 6 đỉnh của lăng trụ là  $(S)$  tâm  $I$ , bán kính  $R$ .

Do  $IA = IB = IC = IA' = IB' = IC' = R$  nên hình chiếu của  $I$  trên các mặt  $(ABC), (A'B'C')$  lần lượt là tâm  $O$  của  $\Delta ABC$  và tâm  $O'$  của  $\Delta A'B'C'$ .

Mà  $ABC.A'B'C'$  là lăng trụ đều nên  $I$  là trung điểm của

$$OO' \Rightarrow OI = \frac{OO'}{2} = \frac{AA'}{2} = \frac{a}{2}.$$

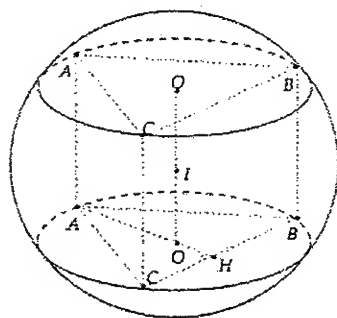
Do  $O$  là tâm tam giác đều  $ABC$  cạnh

$$a \Rightarrow AO = \frac{2}{3}AH = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Trong tam giác vuông  $OAI$  có

$$R = IA = \sqrt{IO^2 + OA^2} = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{a\sqrt{21}}{6}.$$

$$\text{Diện tích mặt cầu là } S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot \frac{21a^2}{36} = \frac{7\pi a^2}{3}.$$



Câu 33: Đáp án D.

$$\text{Tập xác định: } D = \mathbb{R}. \quad f'(x) = 6x^2 - 12x = 6x(x-2); \quad f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \Rightarrow y_1 = 1-m \\ x_2 = 2 \Rightarrow y_2 = -m-7 \end{cases}$$

Lập bảng biến thiên ta thấy hàm số có hai giá trị cực trị là  $y_1, y_2$ .

Để hai giá trị cực trị trái dấu

$$\Leftrightarrow y_1 \cdot y_2 < 0 \Leftrightarrow (1-m)(-m-7) < 0 \Leftrightarrow -7 < m < 1.$$

$$\text{Mà } m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-6; -5; -4; -3; -2; -1; 0\}.$$

Vậy D đúng.

Câu 34: Đáp án B.

$$\begin{aligned}
 \text{Có: } I &= \int_{-1}^1 f(|2x-1|) dx = \int_{-1}^{\frac{1}{2}} f(1-2x) dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 f(2x-1) dx \\
 &= -\frac{1}{2} \int_{-1}^{\frac{1}{2}} f(1-2x) d(1-2x) \Big|_{t=1-2x} + \frac{1}{2} \int_{\frac{1}{2}}^1 f(2x-1) d(2x-1) \Big|_{t=2x-1} \\
 &= -\frac{1}{2} \int_3^0 f(t) dt + \frac{1}{2} \int_0^1 f(t) dt = -\frac{1}{2} \int_3^0 f(x) dx + \frac{1}{2} \int_0^1 f(x) dx = \frac{1}{2} \cdot 6 + \frac{1}{2} \cdot 2 = 4.
 \end{aligned}$$

Câu 35: Đáp án C.

Do tam giác ABC đều tâm O nên suy ra  $AO \perp BC$   
tại M là trung điểm của BC.

Ta có:

$$AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}, MO = \frac{1}{3} AM = \frac{a\sqrt{3}}{6}, OA = \frac{2}{3} AM = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Từ giả thiết hình chóp đều suy ra

$$SO \perp (ABC), SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{3a^2 - \frac{3a^2}{9}} = \frac{2a\sqrt{6}}{3}.$$

Đựng

$$OK \perp SM, AH \perp SM \Rightarrow AH \parallel OK; \frac{OK}{AH} = \frac{OM}{AM} = \frac{1}{3}.$$

$$\text{Có } \begin{cases} BC \perp SO \\ BC \perp AM \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM) \Rightarrow BC \perp OK.$$

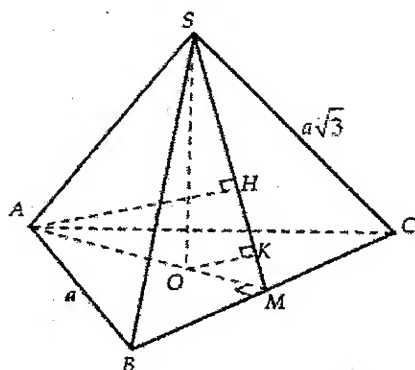
$$\text{Có } \begin{cases} OK \perp SM \\ OK \perp BC \end{cases} \Rightarrow OK \perp (SBC), AH \perp (SBC) \text{ do } AH \parallel OK$$

$$\text{Từ đó có } d_1 = d(A, (SBC)) = AH = 3OK; d_2 = d(O, (SBC)) = OK.$$

Trong tam giác vuông OSM có đường cao OK nên:

$$\frac{1}{OK^2} = \frac{1}{OM^2} + \frac{1}{SO^2} = \frac{36}{3a^2} + \frac{9}{24a^2} = \frac{99}{8a^2} \Rightarrow OK = \frac{2a\sqrt{2}}{33}. \text{ Vậy } d = d_1 + d_2 = 4OK = \frac{8a\sqrt{2}}{33}.$$

Câu 36: Đáp án B.





Đặt  $\log_9 x = t$ . Theo đề ra có: 
$$\begin{cases} \log_9 x = \log_6 y = t \\ \log_9 x = \log_4 (x+y) = t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 9^t & (1) \\ y = 6^t & (2) \\ x+y = 4^t & (3) \\ \frac{x}{y} = \left(\frac{3}{2}\right)^t & (4) \end{cases}$$

Từ (1), (2) và (3) ta có:

$$9^t + 6^t = 4^t \Leftrightarrow (3^t)^2 + (3 \cdot 2)^t - (2^t)^2 = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{2t} + \left(\frac{3}{2}\right)^t - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{3}{2}\right)^t = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} & (TM) \\ \left(\frac{3}{2}\right)^t = \frac{-1-\sqrt{5}}{2} & (L) \end{cases}$$

Thế vào (4) ta được  $\frac{x}{y} = \left(\frac{3}{2}\right)^t = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} = \frac{-a+\sqrt{b}}{2} \Rightarrow a=1; b=5$ .

Thử lại ta thấy  $a=1; b=5$  thỏa mãn đủ kiện bài toán. Suy ra  $a+b=6$ .

### Casio

Các em chỉ cần thiết lập ra phương trình 1 ẩn còn giải là việc của máy

$$\log_9 x = \log_6 y \rightarrow y = 6^{\log_9 x} \quad \log_9 x = \log_4 (x+y) \rightarrow \log_9 x = \log_4 (x + 6^{\log_9 x})$$

Các em nhập vào máy rồi Solve

$\log_9(X) - \log_4(X + 6^{\log_9(X)}) = 0$

$X = 0.0737040339$   
 $L-R = 0$   
 $0.6180339887$

Bây giờ ta có :  $A = \frac{x}{y} = \frac{-a + \sqrt{b}}{2} \rightarrow 2A = -a + \sqrt{b} \rightarrow a = \sqrt{b} - 2A$

Bài toán trở thành tìm b nguyên dương để a nguyên dương, các em dùng table cho b chạy từ 1->20

MODE 7  $\sqrt{\square}$  ALPHA  $\square$  Math  $\square$  2 ALPHA  $\square$

$f(X) = \sqrt{X} - 2A$

$\square$  1  $\square$  2 0  $\square$  1  $\square$

$\begin{array}{|c|} \hline 4 \\ \hline 5 \\ \hline 6 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline X \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline F(X) \\ \hline 0.7639 \\ \hline 1.2134 \\ \hline \end{array}$

1

Vậy b=5, a=1 ta được a+b = 6

Câu 37: Đáp án D.

Hoành độ giao điểm của hai đường cong là nghiệm của phương trình:

$$-x^3 + 12x = -x^2 \Leftrightarrow -x^3 + x^2 + 12x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -3 \\ x = 0 \end{cases}$$

Ta có:

$$S = \int_{-3}^0 |-x^3 + 12x + x^2| dx + \int_0^4 |-x^3 + 12x + x^2| dx$$

$$= \int_{-3}^0 (x^3 - 12x - x^2) dx + \int_0^4 (-x^3 + 12x + x^2) dx = \frac{99}{4} + \frac{160}{3} = \frac{937}{12}$$

Câu 38: Đáp án B.

Đặt  $\sin x = t, x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow t \in [0; 1]$  Xét hàm số  $f(t) = t^3 + 3t^2 - mt - 4$

Ta có  $f'(t) = 3t^2 + 6t - m$  Để hàm số  $f(t)$  đồng biến trên  $[0; 1]$  cần:

$$f'(t) \geq 0 \quad \forall t \in [0;1] \Leftrightarrow 3t^2 + 6t - m \geq 0, \quad \forall t \in [0;1] \Leftrightarrow 3t^2 + 6t \geq m, \quad \forall t \in [0;1]$$

Xét hàm số  $g(t) = 3t^2 + 6t$      $g'(t) = 6t + 6; g'(t) = 0 \Leftrightarrow t = -1$

Bảng biến thiên:

$t$	$-\infty$	$-1$	$0$	$1$	$+\infty$
$g'(t)$		$-$	$0$	$+$	
$g(t)$	$+\infty$		$-3$	$9$	$+\infty$

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy với  $m \leq 0$  thì hàm số  $f(t)$  đồng biến trên  $[0;1]$ , hàm số  $f(x)$  đồng biến trên đoạn  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ .

Casio :

Các em xét m đặc trưng ở các đáp án: A và D cùng chứa  $m=5$  ta sẽ dùng table kiểm tra xem có tăng đều hay không

MODE 7  
 sin ALPHA ) ) SHIFT  $x^2$  = 3 cos ALPHA ) )  $x^2$  = ( 5 ) sin ALPHA ) ) = 1  
 $f(X) = \sin(X) - 1$

Start 0 = End  $\frac{\pi}{2}$  Step  $\frac{\pi}{48}$  =

$\equiv 0 \equiv$  SHIFT  $\times 10^3 \div 2 \equiv$  SHIFT  $\times 10^3 \div 48 \equiv$   

X	F(X)	X	F(X)
0	-1	4	-0.853
1	-0.654	5	-0.755
2	-0.313	6	-0.575
3	-0.1308	7	-0.311

 $-4.599295914$        $-5.264015141$

Các em thấy nó giảm vậy mình loại A và D

Tương tự các em xét B và C khác biệt ở chỗ B có  $m=-1$  còn C thì không có, ta xét  $m = -1$

AC < < < < < < DEL = 1  
 $f(X) = (-1) \sin(X)$

$\equiv \equiv \equiv \equiv$

X	F(X)
1	-4
2	0.0654
3	0.1308

Math

X	F(X)
4	0.1963
5	0.2617
6	0.3272

Math

X	F(X)
7	0.3926
8	0.4581
9	0.5235

Math

-3.816138761

-3.335378349

-2.625

Các em quan sát thấy nó tăng đều nên đáp án B đúng

Câu 39: Đáp án C.

Tập xác định:  $D = (-\infty; -1] \cup [1; +\infty) \setminus \{2\}$

$$y' = \frac{\frac{x(x-2)}{\sqrt{x^2-1}} - \sqrt{x^2-1}}{(x-2)^2} = \frac{-2x+1}{\sqrt{x^2-1}(x-2)^2}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	$\frac{1}{2}$	1	$+\infty$
y'	+				-
y	-1	0		0	$-\sqrt{5}$

Vậy  $M.m = 0$ .

Casio : Chúng ta sẽ dùng Table để tìm Max - Min

MODE 7  $\frac{\square}{\square}$   $\sqrt{\square}$  ALPHA  $\square$   $x^2$   $\square$  1  $\square$  ALPHA  $\square$   $\square$  2

$$f(X) = \frac{\sqrt{x^2-1}}{x-2}$$

$\square$   $\square$  7  $\square$   $\square$  2  $\square$  0  $\square$  5  $\square$

X	F(X)
1.5	ERROR
2	ERROR

Math

X	F(X)
0.5	ERROR
1.5	-2.236

Math

-2.236067977

0

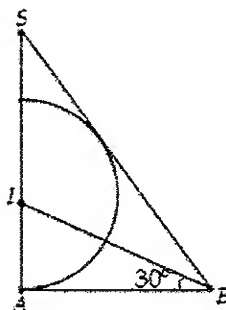
Câu 40: Đáp án B.

Đặt  $AB = x$

Khối cầu:  $V_1 = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi IA^2 = \frac{4}{3}\pi(x \tan 30^\circ)^2$

Khối nón:  $V_2 = \frac{1}{3}\pi AB^2 SA = \frac{1}{3}\pi x^2(x \tan 60^\circ)$

Từ đó ta có  $\frac{V_1}{V_2} = \frac{4}{9}$  hay  $9V_1 = 4V_2$ .



Câu 41: Đáp án D.

Ta có  $\int_1^k (2x-1)dx = \frac{1}{2} \int_1^k (2x-1)d(2x-1) = \frac{(2x-1)^2}{4} \Big|_1^k = \frac{(2k-1)^2}{4} = \frac{1}{4}$

Mà  $4 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x} = 4 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x+1}-1)(\sqrt{x+1}+1)}{x(\sqrt{x+1}+1)} = 4 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x+1}+1} = 2$

Khi đó  $\int_1^k (2x-1)dx = 4 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x} \Leftrightarrow \frac{(2k-1)^2-1}{4} = 2 \Leftrightarrow (2k-1)^2 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} k=2 \\ k=-1 \end{cases}$

Casio : Các em tính giới hạn rồi thay k vào thử xem

$4 \times \frac{\sqrt{x+1}-1}{x}$       Math       $\int_1^{-1} 2x-1dx$       Math       $\int_1^2 2x-1dx$

1.999995      2      2

Câu 42: Đáp án B.

Áp dụng công thức giải nhanh cực trị, ta có:

$\begin{cases} ab < 0 \\ R = \frac{b^2-8a}{8|ab|} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2m < 0 \\ 1 = \frac{-8m^3-8}{8(-2m)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ -8m^3+16m-8=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ m=\frac{-1+\sqrt{5}}{2} \end{cases}$

Vậy có 2 giá trị thực của  $m$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 43: Đáp án C.

Dễ thấy:  $S_1 = a^2; S_2 = \frac{a^2}{2}; S_3 = \frac{a^2}{4}; \dots; S_{100} = \frac{a^2}{2^{99}}$ .

Như vậy  $S_1, S_2, S_3, \dots, S_{100}$  là một cấp số nhân với công bội  $q = \frac{1}{2}$ .

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_{100} = a^2 \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{99}} \right) = \frac{a^2(2^{100} - 1)}{2^{99}}.$$

Casio : Các em chọn  $a=2$  và xét tới  $S_{10}$  nhé, quan trọng là phát hiện ra công thức tính

diện tích  $S_n = \frac{a^2}{2^{n-1}}$  sau đó tính tổng

$$\sum_{x=1}^{10} \left( \frac{2^2}{2^{x-1}} \right) \quad \text{Math} \quad \frac{2^2(2^{10}-1)}{2^9} \quad \text{Math} \quad \frac{1023}{128}$$

Câu 44: Đáp án D.

Tập xác định:  $D = \mathbb{R}$ . Điều kiện của tham số  $m$ :  $m > 0$

Ta có:  $m > f(x) = \log_2(3^x + 1); \forall x \in (-\infty; 0) \quad f'(x) = \frac{3^x \ln 3}{(3^x + 1) \ln 2} > 0, \forall x \in (-\infty; 0)$

Bảng biến thiên của hàm số  $f(x)$ :

Khi đó với yêu cầu bài toán thì  $m \geq 1$ .

Casio các em tìm  $\max f(x)$  với  $x < 0$

$x$	$-\infty$	$0$
$f'(x)$		$+$
$f(x)$	$0$	$1$

Câu 45: Đáp án D.

Gọi  $A(a; 0; 0); B(0; b; 0); C(0; 0; c)$

Phương trình mặt phẳng  $(P)$  có dạng:  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 \quad (a.b.c \neq 0)$

Vì  $(P)$  qua  $M$  nên  $\frac{3}{a} + \frac{2}{b} + \frac{1}{c} = 1 \quad (1)$  Ta có:

$$\overline{MA} = (a-3; -2; -1); \overline{MB} = (-3; b-2; -1); \overline{MC} = (-3; -2; c-1)$$

Vì  $M$  là trực tâm của tam giác  $ABC$  nên 
$$\begin{cases} \overline{MA} \cdot \overline{MB} = 0 \\ \overline{MB} \cdot \overline{MC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2b = c \\ 3a = c \end{cases} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra  $a = \frac{14}{3}; b = 7; c = 14$ . Khi đó phương trình  $(P): 3x + 2y + z - 14 = 0$ .

Vậy mặt phẳng song song với  $(P)$  là:  $2x + 2y + z + 14 = 0$ .

**Câu 46: Đáp án B.**

Cách 1: Ta có phương trình đường tròn:  $(C): (x-4)^2 + (y-3)^2 = 9$ .

Do điểm  $A$  nằm trên đường tròn  $(C)$  nên ta có:  $(a-4)^2 + (b-3)^2 = 9$ .

Mặt khác  $F = 4a + 3b - 1 = 4(a-4) + 3(b-3) + 24 \Leftrightarrow F - 24 = 4(a-4) + 3(b-3)$ .

Ta có:  $[4(a-4) + 3(b-3)]^2 \leq (4^2 + 3^2)[(a-4)^2 + (b-3)^2] = 25 \cdot 9 = 225$ .

$$\Rightarrow -15 \leq F - 24 \leq 15 \Leftrightarrow 9 \leq F \leq 39.$$

Khi đó  $M = 39; m = 9$ . Vậy  $M + m = 48$ .

Cách 2: Ta có  $F = 4a + 3b - 1 \Rightarrow a = \frac{F+1-3b}{4}$

$$(a-4)^2 + (b-3)^2 = 9 \Rightarrow \left( \frac{F+1-3b}{4} - 4 \right)^2 + b^2 - 6b + 9 = 9$$

$$\Leftrightarrow 25b^2 - 2(3F+3)b + F^2 + 225 = 0$$

$$\Delta' = (3F+3)^2 - 25F^2 - 5625 \quad \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow -16F^2 + 18F - 5625 \geq 0 \Leftrightarrow 9 \leq F \leq 39.$$

**Câu 47: Đáp án C.**

ĐK:  $x > 0$  &  $x \neq \frac{1}{2}$ , Ta có:  $\log_7 \left( \frac{4x^2 - 4x + 1}{2x} \right) + 4x^2 + 1 = 6x$

$$\Leftrightarrow \log_7 \left[ \frac{(2x-1)^2}{2x} \right] + (2x-1)^2 = 2x \Leftrightarrow \log_7 (2x-1)^2 + (2x-1)^2 = \log_7 2x + 2x \quad (1)$$

Xét hàm số  $f(t) = \log_7 t + t \Leftrightarrow f'(t) = \frac{1}{t \ln 7} + 1 > 0, \forall t > 0$ . Vậy hàm số  $f(t)$  đồng biến trên  $(0; +\infty)$

Phương trình (1) có dạng:  $f((2x-1)^2) = f(2x) \Leftrightarrow (2x-1)^2 = 2x \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3+\sqrt{5}}{4} \\ x = \frac{3-\sqrt{5}}{4} \end{cases}$

Vậy  $x_1 + 2x_2 = \begin{cases} \frac{9-\sqrt{5}}{4} & (L) \\ \frac{9+\sqrt{5}}{4} & (TM) \end{cases} \Rightarrow a=9; b=5 \Rightarrow a+b=14$ .

Casio: Các em dùng Solve để tìm nghiệm sau đó dùng Table để dò a, b

$\log_7 \left( \frac{4x^2 - 4x + 1}{2x} \right) = \frac{x+1}{4} + 4x^2 + 1 - 6x$

$\log_7 \left( \frac{4x^2 - 4x + 1}{2x} \right) = \frac{x+1}{4} + 4x^2 + 1 - 6x$

SHIFT CALC

$\log_7 \left( \frac{4x^2 - 4x + 1}{2x} \right) = \frac{x+1}{4} + 4x^2 + 1 - 6x$   
 $x = 0.1909830056$   
 $L-R = 0$

Sau đó các em lưu phương trình (◀)

$\log_7 \left( \frac{4x^2 - 4x + 1}{2x} \right) = \frac{x+1}{4} + 4x^2 + 1 - 6x$   
 $0$

và nghiệm xấu này vào A(RCL) (SHIFT) (RCL) (→)

Ans→A

0.1909830056



Sau đó sửa lại phương trình thành  $PT: (X-A)$  để tìm nghiệm còn lại

$$(X^2 + 1 - 6X) \div (X - A)$$

$$X = 1.309016994$$

$$L-R = 0$$

$$Y = x_1 + 2x_2 = \frac{1}{4}(a + \sqrt{b}) \rightarrow a = 4Y - \sqrt{b}$$

$$A + 2X \rightarrow Y$$

$$2.809016994$$

Chúng ta dùng Table để dò b nguyên để a nguyên

$$f(X) = 4Y - \sqrt{X}$$

X	F(X)
4	8.7865
5	8.7865
6	8.7865

Vậy  $b=X=5$ ,  $a=9$  nên  $a+b=14$

Câu 48: Đáp án A.

Ta có  $I \in d \Rightarrow I(5+t; -2-4t; -1-4t)$ . Do  $(S)$  tiếp xúc với  $(P)$  nên:

$$d(I; (P)) = R = \sqrt{19} \Leftrightarrow |19 + 19t| = 19 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = -2 \end{cases}$$

Mặt khác mặt cầu (S) có tâm  $I\left(-\frac{a}{2}; -\frac{b}{2}; -\frac{c}{2}\right)$  và bán kính  $R = \sqrt{\frac{a^2 + b^2 + c^2}{4}} - d = \sqrt{19}$ .

Xét khi  $t = 0 \Rightarrow I(5; -2; -1) \Rightarrow \{a; b; c; d\} = \{-10; 4; 2; 47\}$  Do  $\frac{a^2 + b^2 + c^2}{4} - d = 19$  nên thỏa mãn.

**Câu 49: Đáp án D.**

$$\text{Xét } g(n) = \frac{f(2n-1)}{f(2n)} \Rightarrow g(n) = \frac{(4n^2 - 2n + 1)^2 + 1}{(4n^2 + 2n + 1)^2 + 1}. \text{ Đặt } \begin{cases} a = 4n^2 + 1 \\ b = 2n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \pm 2b = (2n \pm 1)^2 \\ a = b^2 + 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow g(n) = \frac{(a-b)^2 + 1}{(a+b)^2 + 1} = \frac{a^2 - 2ab + b^2 + 1}{a^2 + 2ab + b^2 + 1} = \frac{a^2 - 2ab + a}{a^2 + 2ab + a} = \frac{a - 2b + 1}{a + 2b + 1} = \frac{(2n-1)^2 + 1}{(2n+1)^2 + 1}$$

$$\Rightarrow u_n = \prod_{i=1}^n g(i) = \frac{2}{10} \cdot \frac{10}{26} \cdots \frac{(2n-1)^2 + 1}{(2n+1)^2 + 1} = \frac{2}{(2n+1)^2 + 1} \lim_{n \rightarrow \infty} n \sqrt{u_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{2n^2}{4n^2 + 4n + 2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

**Câu 50: Đáp án B.**

Cách 1: Đặt  $t = a - x \Rightarrow dt = -dx$  Đổi cận  $x = 0 \Rightarrow t = a; x = a \Rightarrow t = 0$ .

$$\text{Lúc đó: } I = \int_0^a \frac{dx}{1+f(x)} = \int_a^0 \frac{-dt}{1+f(a-t)} = \int_0^a \frac{dx}{1+f(a-x)} = \int_0^a \frac{dx}{1+\frac{1}{f(x)}} = \int_0^a \frac{f(x)dx}{1+f(x)}$$

$$\text{Suy ra } 2I = I + I = \int_0^a \frac{dx}{1+f(x)} + \int_0^a \frac{f(x)dx}{1+f(x)} = \int_0^a 1dx = a \text{ Do đó } I = \frac{1}{2}a \Rightarrow b=1; c=2 \Rightarrow b+c=3.$$

Cách 2: Chọn  $f(x) = 1$  là một hàm thỏa mãn các giả thiết.

$$\text{Dễ dàng bấm máy tính ta được } I = \frac{1}{2}a \Rightarrow b=1; c=2 \Rightarrow b+c=3.$$

CASIO LUYỆN ĐỀ THPT QG

KỲ THI THPT QUỐC GIA NĂM 2018

ĐỀ THI THAM KHẢO

Bài Thi : Toán

Đề Luyện Tập Số 2

Thời gian làm bài: 90 phút

Câu 1. Cấp số nhân  $(u_n)$  có công bội âm, biết  $u_3 = 12; u_7 = 192$ . Tìm  $u_{10}$ .

- A.  $u_{10} = 1536$ .      B.  $u_{10} = 3072$ .      C.  $u_{10} = -1536$ .      D.  $u_{10} = -3072$ .

Câu 2. Nguyên hàm  $\int \frac{2x^2 + 1}{\sqrt{x^2 + 1}} dx$  bằng

- A.  $\frac{\sqrt{1+x^2}}{x} + C$ .      B.  $x\sqrt{1+x^2} + C$ .      C.  $x^2\sqrt{1+x^2} + C$ .      D.  $\frac{\sqrt{1+x^2}}{x^2} + C$ .

Câu 3. Giá trị của biểu thức  $z = \left(1 + i\sqrt{7-4\sqrt{3}}\right)^{24}$  bằng

- A.  $\frac{2^{24}}{(2+\sqrt{3})^{12}}$ .      B.  $\frac{2^{24}}{(2-\sqrt{3})^{12}}$ .      C.  $\frac{2^{26}}{(2-\sqrt{3})^{12}}$ .      D.  $\frac{2^{26}}{(2+\sqrt{3})^{12}}$ .

Câu 4. Lớp 12A có 20 bạn nữ, lớp 12B có 16 bạn nam. Có bao nhiêu cách chọn 1 bạn nữ lớp 12A và một bạn nam lớp 12B để dẫn chương trình hoạt động ngoại khóa?

- A. 320.      B. 630.      C. 36.      D. 1220.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho vectơ  $\overrightarrow{AO} = 3(\vec{i} + 4\vec{j}) - 2\vec{k} + 5\vec{j}$ . Tìm tọa độ của điểm A.

- A.  $A(3; 5; -2)$ .      B.  $A(-3; -17; 2)$ .      C.  $A(3; 17; -2)$ .      D.  $A(3; -2; 5)$ .

Câu 6. Cho số phức  $z = 1 + i$ , môđun số phức  $z_0 = \frac{2z + z^2}{zz + 2z}$  bằng.

- A.  $\sqrt{3}$ .      B.  $\sqrt{2}$ .      C.  $1 + \sqrt{2}$ .      D. 1.

Câu 7. Số nghiệm của phương trình  $(x^2 - 4)(\log_2 x + \log_3 x + \log_4 x + \dots \log_{19} x - \log_{20}^2 x) = 0$  là:

- A. 1.      B. 2.      C. 3.      D. 4.

Câu 8. Cho hai đường tròn  $(C_1)$ ,  $(C_2)$  lần lượt chứa trong hai mặt phẳng phân biệt  $(P)$ ,  $(Q)$ .  $(C_1)$ ,  $(C_2)$  có hai điểm chung  $A$ ,  $B$ . Hỏi có bao nhiêu mặt cầu có thể đi qua  $(C_1)$  và  $(C_2)$ ?

- A. Có đúng 2 mặt cầu phân biệt.
- B. Có duy nhất 1 mặt cầu.
- C. Có 2 hoặc 3 mặt cầu phân biệt tùy thuộc vào vị trí của  $(P)$ ,  $(Q)$ .
- D. Không có mặt cầu nào.

Câu 9: Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang vuông tại  $A$  và  $B$ ,  $AB = BC = a$ ,  $AD = 2a$ . Biết  $SA = \sqrt{3}a$  và  $SA \perp (ABCD)$ . Gọi  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $A$  trên  $(SBC)$ . Tính khoảng cách  $d$  từ  $H$  đến mặt phẳng  $(SCD)$ .

- A.  $d = \frac{3\sqrt{50}a}{80}$ .
- B.  $d = \frac{3\sqrt{30}a}{40}$ .
- C.  $d = \frac{3\sqrt{10}a}{20}$ .
- D.  $d = \frac{3\sqrt{15}a}{60}$ .

Câu 10. Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \sqrt{x} + \sqrt{64-x}$  bằng

- A.  $\sqrt{3} + \sqrt{61}$ .
- B.  $1 + \sqrt{65}$ .
- C. 2.
- D.  $2\sqrt{32}$ .

Câu 11. Biết rằng một hình đa diện  $H$  có 6 mặt là 6 tam giác đều. Hãy chỉ ra mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. Không tồn tại hình  $H$  nào có mặt phẳng đối xứng.
- B. Có tồn tại một hình  $H$  có đúng 4 mặt đối xứng.
- C. Không tồn tại hình  $H$  nào có đúng 5 đỉnh.
- D. Có tồn tại một hình  $H$  có hai tâm đối xứng phân biệt.

Câu 12. Nghiệm phức của phương trình  $\frac{1}{z} + \frac{2}{\bar{z}} = \frac{2+3i}{|z|^2}$  có dạng  $z = a+bi$ ,  $(a, b \in \mathbb{R})$ . Tính  $a+b$ .

- A.  $\frac{11}{3}$ .
- B.  $\frac{5}{3}$ .
- C.  $\frac{8}{3}$ .
- D. 5.

Câu 13. Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \begin{cases} x=1+t \\ y=2-t \\ z=1+2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$  và

mặt phẳng  $(P): x+3y+z+1=0$ . Trong các khẳng định sau, tìm khẳng định đúng

A.  $d \perp (P)$ .

B.  $d \subset (P)$ .

C.  $d // (P)$ .

D.  $d$  cắt  $(P)$  nhưng không vuông góc.

Câu 14. Cho hàm số  $y = \frac{x^2 + x - 2}{x - 2}$ . Điểm trên đồ thị mà tiếp tuyến tại đó lập với hai đường tiệm cận một tam giác có chu vi nhỏ nhất thì có hoành độ bằng

A.  $2 \pm \sqrt[4]{10}$ .

B.  $2 \pm \sqrt[4]{6}$ .

C.  $2 \pm \sqrt[4]{12}$ .

D.  $2 \pm \sqrt[4]{8}$ .

Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x+3}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1}$  và mặt phẳng  $(P): x+2y-z+5=0$ . Tìm tọa độ giao điểm  $M$  của đường thẳng  $d$  và mặt phẳng  $(P)$ .

A.  $M(-1; 0; 4)$ .

B.  $M(1; 0; -4)$ .

C.  $M\left(\frac{7}{3}; \frac{5}{3}; \frac{17}{3}\right)$ .

D.  $M(-5; -2; 2)$ .

Câu 16. Trong không gian với hệ  $(Oxyz)$  cho điểm  $M(1; 2; 3)$ ;  $A(1; 0; 0)$ ;  $B(0; 0; 3)$ . Đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $M$  và thỏa mãn tổng khoảng cách từ các điểm  $A$ ;  $B$  đến  $\Delta$  lớn nhất có phương trình là:

A.  $\Delta: \frac{x-1}{6} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-3}$ .

B.  $\Delta: \frac{x-1}{6} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{2}$ .

C.  $\Delta: \frac{x-1}{-3} = \frac{y-2}{6} = \frac{z-3}{2}$ .

D.  $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{6}$ .

Câu 17. Với  $z_1, z_2$  là hai số phức bất kỳ, giá trị của biểu thức  $a = \frac{|z_1|^2 + |z_2|^2}{|z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2}$  bằng

A.  $a = 2$ .

B.  $a = \frac{1}{2}$ .

C.  $a = 1$ .

D.  $a = \frac{3}{2}$ .

Câu 18. Có bao nhiêu số tự nhiên lẻ có 4 chữ số khác nhau?

A. 2240.

B. 2520.

C. 2016.

D. 256.

Câu 19. Giả sử tích phân  $\int_0^1 x \ln(2x+1)^{2017} dx = a + \frac{b}{c} \ln 3$ . Với phân số  $\frac{b}{c}$  tối giản. Lúc đó

A.  $b+c = 6057$ .

B.  $b+c = 6059$ .

C.  $b+c = 6058$ .

D.  $b+c = 6056$ .

Câu 20. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường:  $y = |x^2 - 4x + 3|$ ,  $x = -1$ . bằng:

- A.  $\frac{107}{6}$ . B.  $\frac{109}{6}$ . C.  $\frac{109}{7}$ . D.  $\frac{109}{8}$ .

Câu 21. Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai đường thẳng  $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{1}$

và  $d_2: \begin{cases} x = 1 + kt \\ y = t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Tìm giá trị của  $k$  để  $d_1$  cắt  $d_2$ .

- A.  $k = 0$ . B.  $k = 1$ . C.  $k = -1$ . D.  $k = -\frac{1}{2}$ .

Câu 22. Cho hàm số  $y = f(x)$  thỏa mãn  $f'(x) = (x+1)e^x$  và  $\int f(x)dx = (ax+b)e^x + c$ , với  $a, b, c$  là các hằng số thực. Khi đó

- A.  $a+b=0$ . B.  $a+b=3$ . C.  $a+b=2$ . D.  $a+b=1$ .

Câu 23. Cho  $\log_7 12 = x$ ,  $\log_{12} 24 = y$  và  $\log_{54} 168 = \frac{axy+1}{bxy+cx}$ , trong đó  $a, b, c$  là các số nguyên. Tính giá trị biểu thức  $S = a+2b+3c$ .

- A.  $S = 4$ . B.  $S = 19$ . C.  $S = 10$ . D.  $S = 15$ .

Câu 24. Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho các điểm  $M(-1; 1; 2)$ ,  $N(1; 4; 3)$ ,  $P(5; 10; 5)$ . Khẳng định nào sau đây là sai?

- A.  $M, N, P$  là ba đỉnh của một tam giác.  
B.  $MN = \sqrt{14}$ .  
C. Trung điểm của  $NP$  là  $I(3; 7; 4)$ .  
D. Các điểm  $O, M, N, P$  cùng thuộc một mặt phẳng.

Câu 25. Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng và  $(P): -2x + y + \sqrt{5}z + 9 = 0$  mặt cầu  $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-4)^2 = 10$ . Gọi  $(Q)$  là tiếp diện của  $(S)$  tại  $M(5; 0; 4)$ . Tính góc giữa  $(P)$  và  $(Q)$ .

A.  $60^\circ$ .

B.  $120^\circ$ .

C.  $30^\circ$ .

D.  $45^\circ$ .

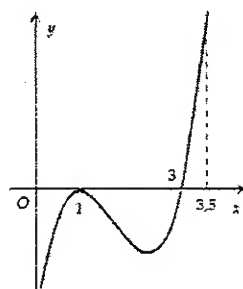
Câu 26.

Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục trên đoạn  $[0; \frac{7}{2}]$

có đồ thị hàm số  $f'(x)$  như hình vẽ:

Hỏi hàm số  $y = f(x)$  đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn tại điểm dưới đây?

A.  $x_0 = 2$  B.  $x_0 = 1$  C.  $x_0 = 0$  D.  $x_0 = 3$



Câu 27. Hàm số  $y = \frac{\sqrt{2}x}{\sqrt{x^2 + 1}}$  trên đoạn  $0 \leq x \leq 1$  có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất thỏa mãn đẳng thức

A.  $y_{\max}^4 + y_{\min}^4 = 1$ . B.  $y_{\max}^4 + y_{\min}^4 = 4$ . C.  $y_{\max}^4 + y_{\min}^4 = 16$ . D.  $y_{\max}^4 + y_{\min}^4 = 8$ .

Câu 28. Kí hiệu  $f(x) = \left( x^{1 + \frac{1}{2 \log_4 x}} + 8^{\frac{1}{3 \log_8 x^2}} + 1 \right)^{\frac{1}{2}} - 1$ . Giá trị của  $f(f(2017))$  bằng

A. 2000.

B. 1500.

C. 2017.

D. 1017.

Câu 29. Với  $a, b > 0$  thỏa mãn điều kiện  $a + b + ab = 1$ , giá trị nhỏ nhất của  $P = a^4 + b^4$  bằng

A.  $(\sqrt{2} + 1)^4$ .

B.  $2(\sqrt{2} - 1)^4$ .

C.  $(\sqrt{2} - 1)^4$ .

D.  $2(\sqrt{2} + 1)^4$ .

Câu 30. Tìm tổng các giá trị của  $m$  để đồ thị hàm số  $y = x^3 - 8m^2x^2 + 1$  có ba điểm cực trị nằm trên các trục tọa độ

A. -1.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Câu 31. Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1; 2; -2)$  và mặt phẳng  $(P): 2x + 2y + z + 5 = 0$ . Viết phương trình mặt cầu  $(S)$  tâm  $A$  biết mặt phẳng  $(P)$  cắt mặt cầu  $(S)$  theo giao tuyến là đường tròn có chu vi bằng  $8\pi$ .

A.  $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 25$ . B.  $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 5$ .

C.  $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 9$ . D.  $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 16$ .

Câu 32. Ký hiệu  $a = \log_6 5$ ,  $b = \log_{10} 3$ , khi đó giá trị của  $\log_2 15$  bằng

- A.  $\frac{2ab-a-b}{1-ab}$ . B.  $\frac{2ab+a+b}{1-ab}$ . C.  $\frac{ab+a+b}{1+ab}$ . D.  $\frac{ab+a-b}{1-ab}$ .

Câu 33. Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác vuông tại  $A$ ,  $AB = a$ ,  $AC = a\sqrt{2}$ . Biết rằng góc giữa hai mặt phẳng  $(AB'C')$ ,  $(ABC)$  bằng  $60^\circ$  và hình chiếu  $A$  lên mặt phẳng  $(A'B'C')$  là trung điểm  $H$  của đoạn  $A'B'$ . Tính bán kính  $R$  của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện  $AHB'C'$ .

- A.  $R = \frac{a\sqrt{86}}{2}$ . B.  $R = \frac{a\sqrt{82}}{6}$ . C.  $R = \frac{a\sqrt{68}}{2}$ . D.  $R = \frac{a\sqrt{62}}{8}$ .

Câu 34. Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  cạnh  $a$ . Các điểm  $M, N, P$  theo thứ tự đó thuộc các cạnh  $BB', C'D', DA$  sao cho  $BM = C'N = DP = \frac{a}{3}$ . Tìm diện tích thiết diện  $S$  của hình lập phương khi cắt bởi mặt phẳng  $(MNP)$ .

- A.  $S = \frac{13\sqrt{3}a^2}{18}$ . B.  $S = \frac{17\sqrt{3}a^2}{18}$ . C.  $S = \frac{11\sqrt{3}a^2}{18}$ . D.  $S = \frac{5\sqrt{3}a^2}{18}$ .

Câu 35. Cho hàm số  $y = x^3 + 3(x+m)(mx-1) + m^3 + 2$ . Khi hàm số có cực trị, giá trị của  $y_{CB}^3 + y_{CT}^3$  bằng

- A.  $20\sqrt{5}$ . B. 64. C. 50. D.  $30\sqrt{2}$ .

Câu 36. Cho hàm số  $y = (\sin x)^{\sqrt{\cos x}}$ , ta có:

- A.  $y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = e^{\frac{1}{2\sqrt{2}}\ln 2} \left(\frac{1}{\sqrt[4]{2}} + \frac{1}{4\sqrt[4]{2}}\ln 2\right)$ . B.  $y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = e^{\frac{1}{2\sqrt{2}}\ln 2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2\sqrt{2}}\ln 2\right)$ .  
C.  $y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = e^{\frac{1}{2\sqrt{2}}\ln 2} \left(\frac{1}{\sqrt[4]{2}} + \frac{1}{4\sqrt[4]{2}}\ln 2\right)$ . D.  $y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = e^{\frac{1}{2\sqrt{2}}\ln 2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2\sqrt{2}}\ln 2\right)$ .

Câu 37. Cho một khối lập phương biết rằng khi tăng độ dài cạnh của khối lập phương thêm 2cm thì thể tích của nó tăng thêm  $152\text{cm}^3$ . Hỏi cạnh của khối lập phương đã cho bằng:

- A. 5cm. B. 6cm. C. 4cm. D. 3cm.



Câu 38. Cho hình lăng trụ tứ giác đều  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh đáy  $4\sqrt{3}(m)$ . Biết mặt phẳng  $(D'BC)$  hợp với đáy một góc  $60^\circ$ . Thể tích khối lăng trụ là:

- A.  $478m^3$ .      B.  $648m^3$ .      C.  $325m^3$ .      D.  $576m^3$ .

Câu 39. Cho hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + mx + m$ , điểm  $A(1;3)$  và hai điểm cực đại, cực tiểu thẳng hàng ứng với giá trị của tham số  $m$  bằng

- A.  $m = \frac{5}{2}$ .      B.  $m = 2$ .      C.  $m = \frac{1}{2}$ .      D.  $m = 3$ .

Câu 40. Một hình hộp chữ nhật mà không phải hình lập phương thì có số trục đối xứng là:

- A. Có đúng 4 trục đối xứng.      B. Có đúng 6 trục đối xứng.  
C. Có đúng 3 trục đối xứng.      D. Có đúng 5 trục đối xứng.

Câu 41. Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$ ,  $SA = 2a$ . Tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$ ,  $AB = a$ ,  $BC = \sqrt{3}a$ . Tính cosin của góc  $\varphi$  tạo bởi  $(SAC)$  và  $(SBC)$ .

- A.  $\cos \varphi = \sqrt{\frac{2}{3}}$ .      B.  $\cos \varphi = \sqrt{\frac{3}{5}}$ .      C.  $\cos \varphi = \sqrt{\frac{1}{3}}$ .      D.  $\cos \varphi = \sqrt{\frac{1}{5}}$ .

Câu 42. Giả sử  $z_1, z_2$  là 2 nghiệm phức của phương trình  $z^2 + (1-2i)z - 1-i = 0$ . Khi đó  $|z_1 - z_2|$  bằng

- A. 3.      B. 4.      C. 2.      D. 1.

Câu 43. Một hình nón có bán kính đáy bằng  $5a$ , độ dài đường sinh bằng  $13a$ . Tính độ dài đường cao  $h$  của hình nón:

- A.  $h = 7a\sqrt{6}$ .      B.  $h = 12a$ .      C.  $h = 17a$ .      D.  $h = 8a$ .

Câu 44. Nếu  $f(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{2x-1}$  là một nguyên hàm của hàm số  $g(x) = \frac{10x^2 - 7x + 2}{\sqrt{2x-1}}$

trên khoảng  $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$  thì  $a+b+c$  có giá trị là?

- A. 3      B. 0      C. 4      D. 2

Câu 45. Nếu  $z$  là số phức thực sự và thỏa mãn  $\frac{1}{|z|-z}$  có phần thực bằng 4 thì môđun của số phức  $z$  là:

- A.  $|z| = \frac{1}{4}$       B.  $|z| = \frac{1}{8}$       C.  $|z| = 4$       D.  $|z| = \frac{1}{16}$

Câu 46. Cho khai triển  $(1-3x+2x^2)^{2017} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{4034}x^{4034}$ . Tìm  $a_2$ .

- A. 8136578.      B. 16269122.      C. 8132544.      D. 18302258.

Câu 47. Cho lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có  $AB=AC=2a$ ,  $BC=a$ , góc giữa  $BA'$  và mp  $(BCC'B')$  bằng  $60^\circ$ . Gọi  $M, N$  là trung điểm  $BB'$  và  $AA'$ . Điểm  $P$  nằm trên đoạn  $BC$  sao cho  $BP = \frac{1}{4}BC$ . Hỏi các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A.  $MN \perp CP$ .      B.  $CM \perp AB$ .      C.  $CM \perp NP$ .      D.  $CN \perp PM$ .

Câu 48. Số nghiệm thuộc đoạn  $[0; 2017]$  của phương trình  $\frac{\sqrt{1+\cos x} + \sqrt{1-\cos x}}{\sin x} = 4\cos x$  là

- A. 1285.      B. 1284.      C. 1283.      D. 1287.

Câu 49. Cho hình vuông  $A_1B_1C_1D_1$  có cạnh bằng 1. Gọi  $A_{k+1}, B_{k+1}, C_{k+1}, D_{k+1}$  thứ tự là trung điểm các cạnh  $A_kB_k, B_kC_k, C_kD_k, D_kA_k$  (với  $k=1, 2, \dots$ ). Chu vi của hình vuông  $A_{2018}B_{2018}C_{2018}D_{2018}$  là

- A.  $\frac{\sqrt{2}}{2^{1007}}$ .      B.  $\frac{\sqrt{2}}{2^{1006}}$ .      C.  $\frac{\sqrt{2}}{2^{2018}}$ .      D.  $\frac{\sqrt{2}}{2^{2017}}$ .

Câu 50. Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $\begin{cases} u_1 = \cos \alpha (0 < \alpha < \pi) \\ u_{n+1} = \sqrt{\frac{1+u_n}{2}}, \forall n \geq 1 \end{cases}$ . Số hạng thứ 2017 của dãy số

đã cho là

- A.  $u_{2017} = \cos\left(\frac{\alpha}{2^{2016}}\right)$ .      B.  $u_{2017} = \cos\left(\frac{\alpha}{2^{2017}}\right)$ .      C.  $u_{2017} = \sin\left(\frac{\alpha}{2^{2016}}\right)$ .      D.  $u_{2017} = \sin\left(\frac{\alpha}{2^{2017}}\right)$ .

### Bảng Đáp Án

1.C	2.B	3.A	4.A	5.B	6.D	7.D	8.B	9.B	10.C
11.B	12.A	13.C	14.D	15.A	16.B	17.B	18.A	19.B	20.B
21.A	22.A	23.D	24.A	25.A	26.D	27.A	28.C	29.B	30.B
31.A	32.B	33.D	34.A	35.B	36.A	37.C	38.D	39.A	40.C
41.B	42.D	43.B	44.D	45.B	46.D	47.C	48.B	49.A	50.A

### Hướng dẫn giải

Câu 1. Chọn C.

$$\text{Công bội } d^{7-3} = \frac{u_7}{u_3} = 16 \rightarrow d = -2 \rightarrow u_{10} = u_3 \cdot d^7 = -1536$$

Câu 2. Chọn B.

Các em dùng casio đạo hàm ngược các đáp án

Xét đáp án A

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{\sqrt{1+x^2}}{x} \right) \Big|_{x=10} = \frac{-x^2}{x^2+1} \Big|_{x=10} = -\frac{2 \cdot 10^2 + 1}{10^2 + 1}$$

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{\sqrt{1+x^2}}{x} \right) \Big|_{x=10} = -6.043463973$$

Kết quả không bằng 0 nên ta xét tiếp đáp án B bằng cách sửa biểu thức rồi ấn

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{x\sqrt{1+x^2}}{1} \right) \Big|_{x=10} = 8.27 \times 10^{12} \quad \frac{d}{dx} \left( \frac{x\sqrt{1+x^2}}{1} \right) \Big|_{x=10} = 0^{\circ}0'0''$$

Câu 3. Chọn A.

Cách 1:  $z = \left(1 + i\sqrt{7-4\sqrt{3}}\right)^{24} = \left[\left(1 + i\sqrt{(2-\sqrt{3})^2}\right)\right]^{24} = \left(1 + i(2-\sqrt{3})\right)^{24}$ .

$1 + i(2-\sqrt{3})$  có môđun bằng  $\sqrt{1^2 + (2-\sqrt{3})^2} = \sqrt{1+4+3-4\sqrt{3}} = 2\sqrt{2-\sqrt{3}}$ , có một argument là  $\varphi$  sao cho  $\cos\varphi = \frac{1}{2\sqrt{2-\sqrt{3}}}$ ,  $\sin\varphi = \frac{2-\sqrt{3}}{2\sqrt{2-\sqrt{3}}}$ .

Lấy  $\varphi = \frac{\pi}{12}$  thì  $1 + i(2-\sqrt{3}) = 2\sqrt{2-\sqrt{3}}\left(\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)\right)$

$$\Rightarrow \left(1 + i(2-\sqrt{3})\right)^{24} = \left(2\sqrt{2-\sqrt{3}}\left(\cos\frac{\pi}{12} + i\sin\frac{\pi}{12}\right)\right)^{24}$$

$$= \left(2\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^{24} \left(\cos\left(24 \cdot \frac{\pi}{12}\right) + i\sin\left(24 \cdot \frac{\pi}{12}\right)\right) = \left(2\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^{24} = 2^{24} (2-\sqrt{3})^{12} = \frac{2^{24}}{(2+\sqrt{3})^{12}}.$$

Cách 2: Từ các đáp án suy ra  $z$  là 1 số thực dương. Suy ra  $z = |z| = \left|\left(1 + i\sqrt{7-4\sqrt{3}}\right)^{24}\right|$

$$z = \left|\left(1 + i\sqrt{7-4\sqrt{3}}\right)^{24}\right| = \left(2\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^{24} = \frac{2^{24}}{(\sqrt{2+\sqrt{3}})^{24}}$$

Casio :

Handwritten Casio calculator steps showing the calculation of  $\left(1 + i\sqrt{7-4\sqrt{3}}\right)^{24}$ . The steps show the input of the expression, followed by the result  $2.757595563 \times 10^{12}$ .

Ta được kết quả xấp xỉ 0i là bằng 0

Câu 4. Chọn A : áp dụng quy tắc nhân  $16 \cdot 20 = 320$

Câu 5. Chọn B.

$$\overline{AO} = 3(\bar{i} + 4\bar{j}) - 2\bar{k} + 5\bar{j} \Leftrightarrow \overline{AO} = 3\bar{i} + 17\bar{j} - 2\bar{k} \Leftrightarrow \overline{OA} = -3\bar{i} - 17\bar{j} + 2\bar{k} \Leftrightarrow A(-3; -17; 2).$$

Câu 6. Chọn D.

$$\text{Ta có } z_0 = \frac{2(1+i) + (1+i)^2}{(1+i)(1-i) + 2(1+i)} = \frac{2+4i}{4+2i} = \frac{(2+4i)(4-2i)}{(4+2i)(4-2i)} = \frac{4}{5} + \frac{3}{5}i \Rightarrow |z_0| = \sqrt{\left(\frac{4}{5}\right)^2 + \left(\frac{3}{5}\right)^2} = 1.$$

Casio

$$1 + i \div \times$$

$$1 + i$$

$$\left| \frac{2x + x^2}{x \text{Conjg}(x) + 2x} \right| = 1$$

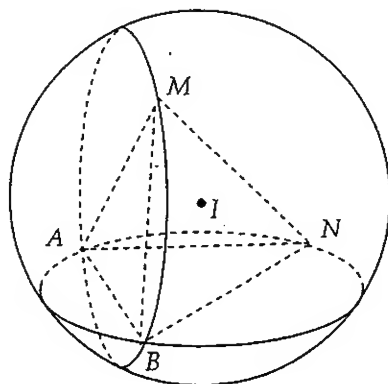
Câu 7. Chọn D ĐK:  $x > 0$

$$(x - 4)(\log_2 x + \log_3 x + \log_4 x + \dots \log_{19} x - \log_{20}^2 x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 2 \\ \log_2 x + \log_3 x + \log_4 x + \dots \log_{19} x - \log_{20}^2 x = 0 \end{cases}$$

$$\log_2 x + \log_3 x + \log_4 x + \dots \log_{19} x - \log_{20}^2 x = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_2 x (1 + \log_3 2 + \log_4 2 + \dots \log_{19} 2 - \log_{20} 2 \cdot \log_2 x) = 0$$

Câu 8. Chọn B.



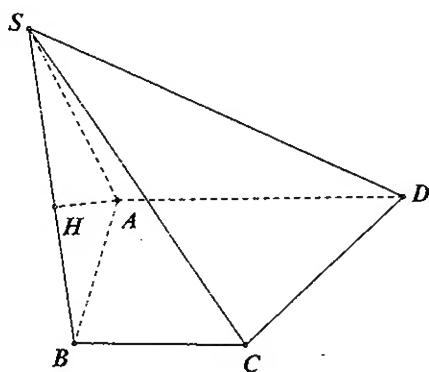
Trên đường tròn  $(C_1)$ ,  $(C_2)$  lần lượt lấy  $M$ ,  $N$  sao cho hai điểm này không trùng với  $A$ ,  $B$

Khi đó 4 điểm  $A, B, M, N$  không đồng phẳng nên tạo thành tứ diện  $ABMN$ .

Mặt cầu  $(S)$  đi qua  $(C_1)$  và  $(C_2)$  khi đó mặt  $(S)$  đi qua  $A, B, M, N$ .

Do đó có duy nhất 1 mặt cầu.

### Câu 9. Chọn B



Các em có thể làm cách truyền thống, còn ở đây anh sẽ hướng dẫn cách dùng tọa độ Oxyz

Ở đây mình chọn gốc là  $A(0,0,0)$  nên

$D(0,2,0); C(1,1,0); S(0,0,\sqrt{3})$

Lưu  $\overrightarrow{DC} \rightarrow \text{VectA}$  **MODE** **8** **1** **1** **1** **=** **-** **1** **=** **0** **=**

**A** **[** **1** **-** **1** **]**

**0**

Lưu  $\overrightarrow{DS} \rightarrow \text{VectB}$  **SHIFT** **5** **2** **2** **1** **0** **=** **-** **2** **=** **√** **3** **=**

**B** **[** **0** **-** **2** **√** **3** **]**

**1.732050808**

Tính tích có hướng của 2 vecto : **AC** **SHIFT** **5** **3** **SHIFT** **5** **4** **=**

**Ans** **[** **-** **1.732** **-** **2** **]**

**-1.732050808**

$$(SDC): -\sqrt{3}(x-0) - \sqrt{3}(y-2) - 2z = 0 \Leftrightarrow \sqrt{3}x + \sqrt{3}y + 2z - 2\sqrt{3} = 0$$

Xác định tọa độ H bằng việc xác định hình chiếu của nó lên AB và SA để tìm hoành độ và cao độ còn tung độ nó bằng 0 rồi.

$$AH = \frac{SA \cdot AB}{\sqrt{SA^2 + BA^2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}; HAB = BSA = \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 30^\circ$$

$$x_H = AH \cdot \cos HAB = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \cos 30^\circ = \frac{3}{4}; z_H = AH \cdot \sin HAB = \frac{\sqrt{3}}{4} \rightarrow H\left(\frac{3}{4}, 0, \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$$

Áp dụng công thức tính khoảng cách từ 1 điểm tới 1 mặt

$$\frac{|\sqrt{3} \times \frac{3}{4} + 2 \times \frac{\sqrt{3}}{4} - 2\sqrt{3}|}{\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{30}}{40}$$

Câu 10. Chọn C.

Tập xác định của hàm số  $D = [0; 64]$ .

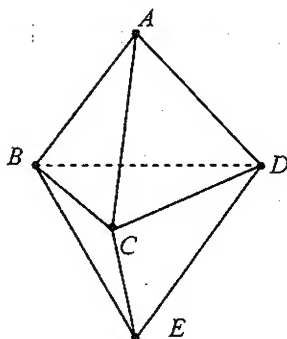
$$\text{Ta có } y' = \frac{1}{6\sqrt[6]{x^5}} - \frac{1}{6\sqrt[6]{(64-x)^5}} = \frac{\sqrt[6]{(64-x)^5} - \sqrt[6]{x^5}}{6\sqrt[6]{x^5(64-x)^5}} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = 32 \in [0; 64].$$

Bảng biến thiên.

$x$	0	32	64		
$y'$		+	0	-	
$y$	2	$2\sqrt[6]{32}$	2		

Từ bảng biến thiên ta thấy giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng 2 khi  $\begin{cases} x = 64 \\ x = 0 \end{cases}$

Câu 11. Chọn B.



Luôn tồn tại hình đa diện  $H$  có 4 mặt phẳng đối xứng và có đúng 5 đỉnh,  $H$  không có tâm đối xứng.

Câu 12. Chọn A.

$$\frac{1}{z} + \frac{2}{\bar{z}} = \frac{2+3i}{|z|^2} \Leftrightarrow \bar{z} + 2z = 2+3i$$

Giả sử  $z = x + yi$  ( $x, y \in \mathbb{R}$ ).

$$\text{Phương trình có dạng } x - yi + 2(x + yi) = 2 + 3i \Leftrightarrow 3x + yi = 2 + 3i \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 2 \\ y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ y = 3 \end{cases}$$

Vậy nghiệm của phương trình là  $z = \frac{2}{3} + 3i \rightarrow a + b = \frac{11}{3}$ .

Câu 13. Chọn C.

VTCP của đường thẳng  $d$  là  $\vec{u} = (1; -1; 2)$  VTPT của mặt phẳng  $(P)$  là  $\vec{n} = (1; 3; 1)$

$$\text{Ta có: } \vec{n} \cdot \vec{u} = 1 - 3 + 2 = 0 \text{ Suy ra } \begin{cases} d // (P) \\ d \subset (P) \end{cases} (1).$$

Mặt khác: Lấy  $A(1; 2; 1) \in d$  thay vào ptmp  $(P)$  thấy không thỏa mãn (2)

- Từ (1) và (2) có  $d // (P)$

Câu 14. Chọn D.

(Bài này anh cho để rèn thêm thôi vì kiến thức tiệm cận xiên chỉ có ở SGK nâng cao)



Tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là  $x = 2 \Leftrightarrow x - 2 = 0$

Gọi tiệm cận xiên của đồ thị hàm số có dạng  $y = ax + b$

$$\text{Khi đó } a = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 + x - 2}{x(x-2)} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 \left(1 + \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}\right)}{x^2 \left(1 - \frac{2}{x}\right)} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\left(1 + \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}\right)}{\left(1 - \frac{2}{x}\right)} = 1$$

$$b = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} [f(x) - ax] = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left( \frac{x^2 + x - 2}{x - 2} - x \right) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x - 2}{x - 2} = 3$$

Vậy tiệm cận xiên:  $y = x + 3$ . Gọi  $M(x_0; y_0)$  thuộc đồ thị hàm số.

$$y = \frac{x^2 + x - 2}{x - 2} \Rightarrow y' = \frac{x^2 - 4x}{(x - 2)^2}$$

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị tại điểm  $M(x_0; y_0)$  là

$$y = y'(x_0)(x - x_0) + y_0 \Leftrightarrow y = \frac{x_0^2 - 4x_0}{(x_0 - 2)^2}(x - x_0) + \frac{x_0^2 + x_0 - 2}{x_0 - 2}$$

Gọi  $A$  là giao điểm của tiếp tuyến với tiệm cận đứng  $\Rightarrow A\left(2; \frac{5x_0 - 2}{x_0 - 2}\right)$

Gọi  $B$  là giao điểm của tiếp tuyến với tiệm cận xiên  $\Rightarrow B(2x_0 - 2; 2x_0 + 1)$

Giao của hai tiệm cận  $I(2; 5)$ , Ta có  $IA = \frac{8}{|x_0 - 2|}$ ,  $IB = 2\sqrt{2}|x_0 - 2|$

$$AB = \sqrt{(2x_0 - 4)^2 + \left(\frac{2x_0^2 - 8x_0}{x_0 - 2}\right)^2} = \sqrt{(2x_0 - 4)^2 + \left[(2x_0 - 4) - \frac{8}{x_0 - 2}\right]^2} = \sqrt{2(2x_0 - 4)^2 + \frac{64}{(x_0 - 2)^2} - 32}$$

Chu vi

$$P = IA + AB + IB = \frac{8}{|x_0 - 2|} + 2\sqrt{2}|x_0 - 2| + \sqrt{2(2x_0 - 4)^2 + \left(\frac{8}{x_0 - 2}\right)^2} - 32 \geq 8\sqrt{2} + 2\sqrt{32\sqrt{2} - 32}$$

Dấu bằng xảy ra khi 
$$\begin{cases} \frac{8}{|x_0 - 2|} = 2\sqrt{2}|x_0 - 2| \\ 2(2x_0 - 4)^2 = \frac{64}{(x_0 - 2)^2} \end{cases} \Leftrightarrow x = 2 \pm \sqrt[4]{8}$$

Câu 15. Chọn A.

Xét hệ 
$$\begin{cases} \frac{x+3}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1} \\ x+2y-z+5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x+3}{2} = \frac{y+1}{1} \\ \frac{x+3}{2} = \frac{z-3}{1} \\ x+2y-z+5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2y=-1 \\ x-2z=-9 \\ x+2y-z=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=0 \\ z=4 \end{cases} \Rightarrow M(-1;0;4)$$

Câu 16. Chọn B

Ta có  $d(A; \Delta) + d(B; \Delta) \leq MA + MB$ .

Để tổng khoảng cách từ các điểm  $A ; B$  đến  $\Delta$  lớn nhất thì.

$$d(A; \Delta) + d(B; \Delta) = MA + MB \Leftrightarrow \begin{cases} MA \perp \Delta \\ MB \perp \Delta \end{cases}$$

Suy ra  $d$  qua  $M$ , vtcp  $\vec{u} = [\overrightarrow{MA}; \overrightarrow{MB}] = (-6; 3; -2) = (6; -3; 2)$ .

Vậy phương trình đường thẳng  $\Delta$  cần tìm là:  $\Delta: \frac{x-1}{6} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{2}$ .

Câu 17. Chọn B.

Gọi  $z_1 = a_1 + b_1i, z_2 = a_2 + b_2i, (a_1; a_2; b_1; b_2 \in \mathbb{R})$

\* Ta có  $|z_1|^2 + |z_2|^2 = a_1^2 + b_1^2 + a_2^2 + b_2^2$ ;

$$|z_1 + z_2|^2 = (a_1 + a_2)^2 + (b_1 + b_2)^2 = a_1^2 + 2a_1a_2 + a_2^2 + b_1^2 + 2b_1b_2 + b_2^2$$

$$|z_1 - z_2|^2 = (a_1 - a_2)^2 + (b_1 - b_2)^2 = a_1^2 - 2a_1a_2 + a_2^2 + b_1^2 - 2b_1b_2 + b_2^2$$

\* Suy ra  $|z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 = 2(a_1^2 + b_1^2 + a_2^2 + b_2^2)$

Vậy biểu thức  $a = \frac{1}{2}$

Casio : Các em chọn 2 số phức bất kì ví dụ 1 và i

$$\frac{|1+i|^2 + |1-i|^2}{|1+i|^2 + |1-i|^2} = \frac{1}{2}$$

Câu 18. Chọn A

$\overline{abcd}$  :

d có các cách chọn là 1,3,5,7,9

a có 8 cách chọn trừ đi số 0 và d ; còn b,c mình sẽ chọn 2 trong 8 số còn lại (khác a,d)

nên tổng số cách là  $5.8.(A_8^2) = 2240$  cách

Câu 19. Chọn B

Ta có  $I = \int_0^1 x \ln(2x+1)^{2017} dx = 2017 \int_0^1 x \ln(2x+1) dx$ . Đặt  $\begin{cases} u = \ln(2x+1) \\ dv = x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{2}{2x+1} dx \\ v = \frac{x^2}{2} - \frac{1}{8} \end{cases}$

Do đó  $\int_0^1 x \ln(2x+1) dx = (\ln(2x+1)) \left( \frac{x^2}{2} - \frac{1}{8} \right) \Big|_0^1 - \int_0^1 \left( \frac{x^2}{2} - \frac{1}{8} \right) \frac{2}{2x+1} dx$

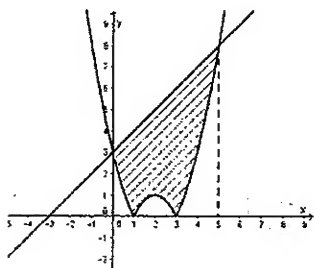
$= \frac{3}{8} \ln 3 - \left( \frac{x^2 - x}{4} \right) \Big|_0^1 = \frac{3}{8} \ln 3$

$\Rightarrow I = \int_0^1 x \ln(2x+1)^{2017} dx = 2017 \left( \frac{3}{8} \ln 3 \right) = \frac{6051}{8} \ln 3$ . Khi đó  $b+c = 6059$ .

Câu 20. Chọn B.

Xét phương trình hoành độ giao điểm ta có

$$|x^2 - 4x + 3| = x + 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x + 3 \geq 0 \\ x^2 - 4x + 3 = x + 3 \\ x^2 - 4x + 3 = -(x + 3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 5 \end{cases}$$



Sau khi vẽ hình ta thấy  $|x^2 - 4x + 3| \leq x + 3, \forall x \in [0; 5]$

Vậy diện tích phần hình phẳng cần tính là

$$\begin{aligned} S &= \int_0^5 (x + 3 - |x^2 - 4x + 3|) dx \\ &= \int_0^1 (x + 3 - x^2 + 4x - 3) dx + \int_1^3 (x + 3 + x^2 - 4x + 3) dx + \int_3^5 (x + 3 - x^2 + 4x - 3) dx \\ &= \int_0^1 (-x^2 + 5x) dx + \int_1^3 (x^2 - 3x + 6) dx + \int_3^5 (-x^2 + 5x) dx \\ &= \left( -\frac{x^3}{3} + \frac{5x^2}{2} \right) \Big|_0^1 + \left( \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + 6x \right) \Big|_1^3 + \left( -\frac{x^3}{3} + \frac{5x^2}{2} \right) \Big|_3^5 = \frac{109}{6} \end{aligned}$$

Câu 21. Chọn A

$$\text{Giả sử } M = d_1 \cap d_2 \Rightarrow \begin{cases} M \in d_1 \Rightarrow M(1+m; 2-2m; 3+m) \\ M \in d_2 (*) \end{cases} \xrightarrow{(*)} \begin{cases} 1+m = 1+kt & (1) \\ 2-2m = t & (2) \\ 3+m = -1+2t & (3) \end{cases}$$

$$(2), (3) \Rightarrow \begin{cases} m = 0 \\ t = 2 \end{cases} \xrightarrow{(1)} k = 0.$$

Câu 22. Chọn A

$$\text{Theo giả thiết: } \begin{cases} [(ax+b)e^x + C]' = f(x) \\ f'(x) = (x+1)e^x \end{cases} \Rightarrow [(ax+b)e^x + C]'' = (x+1)e^x$$

Mặt khác:  $\begin{cases} [(ax+b)e^x + C]' = (a+ax+b)e^x \\ [(ax+b)e^x + C]'' = (2a+ax+b)e^x \end{cases}$  Do đó:  $(2a+ax+b)e^x = (x+1)e^x$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ 2a+b=1 \end{cases}$  . Vậy  $\begin{cases} a=1 \\ b=-1 \end{cases} \Rightarrow a+b=0$

Casio:

Ta có  $f(x) = (cx+d).e^x$  nên dễ dàng ta có thể tìm  $c, d$  như sau :

$$\int_{-100}^0 f'(x) dx = f(0) - f(-100) \approx f(0) = d \quad \int_{-100}^1 f'(x) dx = f(1) - f(-100) \approx f(1) = (c+d)e$$

$$\int_{-100}^0 (x+1)e^x dx \quad \int_{-100}^1 (x+1)e^x dx \quad \int_{-100}^1 (x+1)e^x dx = e$$

Vậy  $f(x) = x.e^x$  Tương tự với cách tư duy trên tính  $a+b$  như sau :

$$\int_{-100}^1 x e^x dx = e$$

Vậy khoanh A.

Câu 23. Chọn D

Hướng dẫn :  $\log_7 12 = x, \log_{12} 24 = y \rightarrow xy = \log_7 24$

$$\log_{54} 168 = \frac{\log_7 168}{\log_7 54} = \frac{\log_7 24 + 1}{\log_7 54} = \frac{axy + 1}{bxy + cx} \rightarrow a = 1$$

$$\text{Ta có: } \log_7 54 = b \log_7 24 + c \log_7 12 \rightarrow c = \frac{\log_7 54 - b \log_7 24}{\log_7 12}$$

(Nháp thôi, đi thi vào Table luôn)

Dùng Table : Start -9= , End 9= , Step 1=

$$f(x) = \frac{(54) - x1097}{1097(12)} \quad \left| \begin{array}{c} \text{Math} \\ \text{F(X)} \\ 9.2189 \\ 6.721 \end{array} \right| \quad \text{Math}$$

Vậy  $a=1, b=-5, c=8 \rightarrow S=15$

Câu 24. Chọn A

Ta có  $\overline{MN} = (2; 3; 1), \overline{MP} = (6; 9; 3) = 3(2; 3; 1)$

Dễ thấy  $\overline{MN}, \overline{MP}$  cùng phương. Suy ra  $M, N, P$  thẳng hàng nên A sai.

Câu 25. Chọn A.

Mặt phẳng  $(P)$  có VTPT là  $\overline{n_p} = (-2; 1; \sqrt{5})$

Mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(2; -1; 4), R = \sqrt{10}$ . Suy ra  $(Q)$  nhận  $\overline{IM} = (3; 1; 0)$  làm VTPT.

Gọi  $\alpha$  góc giữa  $(P)$  và  $(Q)$ . Khi đó:  $\cos \alpha = \frac{|\overline{IM} \cdot \overline{n_p}|}{|\overline{IM}| \cdot |\overline{n_p}|} = \frac{|-6+1|}{\sqrt{10} \cdot \sqrt{10}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$ .

Câu 26. Chọn D

Các em vẽ nhanh BBT ra sẽ thấy nó là cực tiểu

Câu 27. Chọn A.

$$y = \frac{\sqrt{2}x}{\sqrt{x^2+1}}, y' = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{x^2+1}(x^2+1)} > 0 \quad \forall x \quad \min_{x \in [0;1]} y(x) = y(0) = 0; \max_{x \in [0;1]} y = y(1) = 1 \Rightarrow$$

$$y_{\max}^4 + y_{\min}^4 = 1.$$

Casio : Dùng Table nhé

Câu 28. Chọn C.

Điều kiện:  $1 \neq x > 0$

$$f(x) = \left( x^{1+\frac{1}{2\log_4 x}} + 8^{\frac{1}{3\log_8 x^2}} + 1 \right)^{\frac{1}{2}} - 1 = \left( x \cdot x^{\frac{1}{\log_2 x}} + 2^{\frac{2}{\log_2 x}} + 1 \right)^{\frac{1}{2}} - 1 = \left[ x \cdot x^{\log_2 x} + (2^{\log_2 x})^2 + 1 \right]^{\frac{1}{2}} - 1$$

$$= (x \cdot 2 + x^2 + 1)^{\frac{1}{2}} - 1 = (x+1)^{\frac{1}{2}} - 1 = x \quad \text{Suy ra } f(2017) = 2017 \Rightarrow f(f(2017)) = 2017.$$

Casio

Bước 1: Nhập Hàm y sì như tác giả cho

Bước 2:  $\boxed{\text{CALC}} \boxed{2} \boxed{0} \boxed{1} \boxed{7} \boxed{=}$

Bước 3:  $\boxed{\text{CALC}} \boxed{\text{Ans}} \boxed{=}$

$$\left| x^{1 + \frac{1}{21094(x)}} + 8 \right|_{2017}$$

Câu 29. Chọn B.

$$P = a^4 + b^4 = (a^2 + b^2)^2 - 2(ab)^2 = [(a+b)^2 - 2ab]^2 - 2(ab)^2$$

$$\Rightarrow P = [(1-ab)^2 - 2ab]^2 - 2(ab)^2 = (1-4x+x^2)^2 - 2x^2 \text{ với } ab = x$$

$$\text{Ta có : } a+b=1-ab \geq 2\sqrt{ab} \Rightarrow x+2\sqrt{x}-1 \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq \sqrt{x} \leq \sqrt{2}-1 \Rightarrow 0 \leq x \leq 3-2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow P = x^4 + 16x^2 + 1 + 2x^2 - 8x^3 - 8x - 2x^2 = x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 8x + 1; x \in [0; 3-2\sqrt{2}]$$

$$P' = 4x^3 - 24x^2 + 32x - 1$$

Bảng biến thiên

$x$	0	$3-2\sqrt{2}$
$P'$		-
$P$		

$$\min P = P(3-2\sqrt{2}) = 2(\sqrt{2}-1)^4.$$

Casio :  $a + b + ab = 1 \rightarrow b = \frac{1-a}{a+1} \rightarrow P = a^4 + \left(\frac{1-a}{a+1}\right)^4$  các em dùng Table

MODE 7 ALPHA )  $x^n$  4  $\rightarrow$  + (  $\frac{\square}{\square}$  1 - ALPHA )  $\downarrow$  1 + ALPHA )  $\rightarrow$  )  $x^n$  4

$$f(X) = X^4 + \left(\frac{1-X}{1+X}\right)^4$$

$\square$  0  $\square$  1  $\square$  0  $\square$  0  $\square$  5  $\square$

X	F(X)
0.35	0.0587
0.4	0.0587
0.45	0.0617

0.05933594336       $2(\sqrt{2}-1)^4$       0.05887450305

Table ra được xấp xỉ thôi nhé các em

Câu 30. Chọn B.

$$y' = 4x^3 - 16m^2x = 4x(x^2 - 4m^2)$$

Điều kiện để hàm số có 3 cực trị  $\Leftrightarrow y' = 0$  có 3 nghiệm phân biệt  $\Leftrightarrow m \neq 0$ .

Với  $m \neq 0$   $y' = 0$  có 3 nghiệm là  $x \in \{0, 2m, -2m\}$  do đó đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị là:

$A(0;1)$ ,  $B(-2m;1-16m^2)$ ,  $C(2m;1-16m^2)$ . Yêu cầu bài toán tương đương với  $m = \pm \frac{1}{2}$ .

Câu 31. Chọn A.

Gọi  $I$  là tâm đường tròn  $(C)$ , khi đó  $IA \perp (P) \Rightarrow IA = d(A; (P)) = 3$ .

Đường tròn  $(C)$  có chu vi bằng  $8\pi$ . Do đó:  $2\pi r = 8\pi \Rightarrow r = 4$ .

Gọi  $R$  là bán kính mặt cầu  $(S) \Rightarrow R = \sqrt{r^2 + IA^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$ .

Vậy phương trình mặt cầu  $(S)$ :  $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 25$ .

Câu 32. Chọn B.

Ta có:  $A = \log_2 15 = \log_2 3 + \log_2 5$ .



$$\log_2 5 = \log_2 6 \cdot \log_6 5 = (1 + \log_2 3)a \Rightarrow a \cdot \log_2 3 - \log_2 5 = -a \quad (1).$$

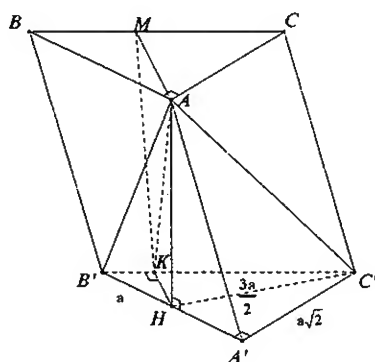
$$\log_2 3 = \log_2 10 \cdot \log_{10} 3 = (1 + \log_2 5)b \Rightarrow \log_2 3 - b \cdot \log_2 5 = b \quad (2)$$

Từ (1) và (2), ta có:  $\log_2 5 = \frac{ab+a}{1-ab}$  và  $\log_2 3 = \frac{ab+b}{1-ab}$ .

Do đó:  $\log_2 15 = \log_2 3 + \log_2 5 = \frac{2ab+a+b}{1-ab}$ .

Casio : Các em chỉ cần xét hiệu biểu thức cần tính với các đáp án

Câu 33. Chọn D.



Kẻ  $HK \perp B'C' (K \in B'C')$ .

$$\forall \Delta B'KH \sim \Delta B'A'C' \Rightarrow \frac{HK}{A'C'} = \frac{B'H}{B'C'} \Rightarrow HK = \frac{B'H \cdot A'C'}{B'C'} = \frac{\frac{a}{2}a\sqrt{2}}{a\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{6}}{6}$$

Ta có  $B'C' \perp (AHK) \Rightarrow (AHK) \perp (AB'C')$  mà  $AH \perp (ABC) \Rightarrow (AHK) \perp (ABC)$

$$\text{Kẻ } AM \parallel HK (M \in BC) \Rightarrow \begin{cases} AM = (AHK) \cap (ABC) \\ AK = (AHK) \cap (AB'C') \end{cases}$$

$$\Rightarrow ((ABC); (AB'C')) = \angle MAK = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \angle HAK = 30^\circ \Rightarrow AH = \frac{HK}{\tan 30^\circ} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

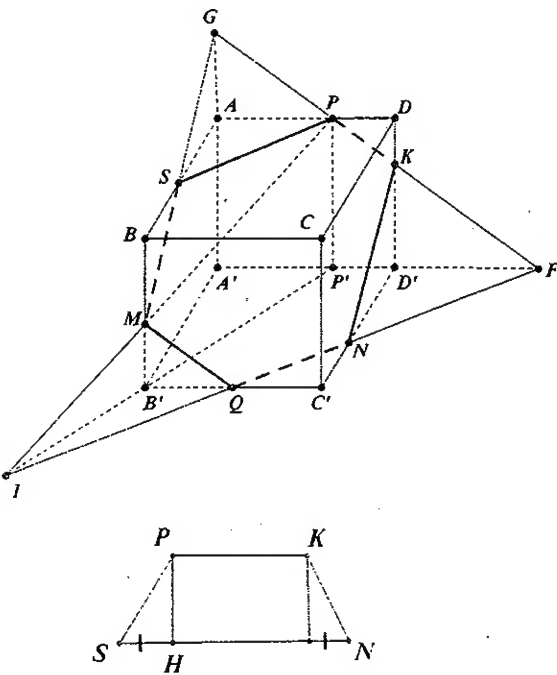
Gọi  $D$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $B'HC'$

$$\Rightarrow HD = B'D = C'D = R = \frac{B'C'}{2 \sin B'HC'} = \frac{B'C'}{2 \sin(180^\circ - C'HA')} = \frac{B'C'}{2 \frac{A'C'}{HC'}} = \frac{a\sqrt{3}}{2 \cdot \frac{a\sqrt{2}}{1,5a}} = \frac{3a\sqrt{6}}{8}.$$

Do đó, bán kính mặt cầu ngoại tiếp  $AB'HC'$  là:

$$IA = IB' = IH = IC' = \sqrt{\left(\frac{AH}{2}\right)^2 + R^2} = \frac{a\sqrt{62}}{8}.$$

Câu 34. Chọn A



Ta có :  $PK \parallel AD'$  mà  $AD' \parallel SN$

$\Rightarrow PK \parallel SN$  nên DKNS là hình thang, tương tự các em cũng chỉ ra được MQSN là hình thang

Các em chứng minh được chúng là hình thang cân

$$\text{Ta có : } \frac{SN - PK}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{3} \Rightarrow PH = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

$$S_{PKNS} = \frac{1}{2} \left( \frac{a\sqrt{2}}{3} + a\sqrt{2} \right) \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} = \frac{4a^2\sqrt{3}}{9}$$

$$\text{Tương Tự : } S_{MQSN} = \frac{5a^2\sqrt{3}}{18}$$

$$S_{\text{thieldien}} = \frac{13a^2\sqrt{3}}{18}$$

Câu 35. Chọn B.

$$\text{Ta có : } y = x^3 + 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x + m^3 - 3m + 2 \Rightarrow y' = 3x^2 + 6mx + 3m^2 - 3$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 6mx + 3m^2 - 3 = 0 (\Delta' = 9) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -m + 1 \Rightarrow y(-m + 1) = 0 \\ x = -m - 1 \Rightarrow y(-m - 1) = 4 \end{cases} \text{ Do đó: } y_{CD}^3 + y_{CT}^3 = 64.$$

Câu 36. Chọn A.

Cách 1:

Logarit Nepe hai vế của hàm số  $y = (\sin x)^{\sqrt{\cos x}}$ , ta có:

$$\ln y = \ln \left( (\sin x)^{\sqrt{\cos x}} \right) = \sqrt{\cos x} \cdot \ln(\sin x)$$

Tiếp tục đạo hàm hai vế, ta được:

$$(\ln y)' = (\sqrt{\cos x} \cdot \ln(\sin x))' \Leftrightarrow \frac{y'}{y} = \frac{-\sin x}{2\sqrt{\cos x}} \cdot \ln(\sin x) + \sqrt{\cos x} \cdot \frac{\cos x}{\sin x}$$


$$\text{Suy ra } y' = (\sin x)^{\sqrt{\cos x}} \left( \frac{\cos x \sqrt{\cos x}}{\sin x} - \frac{\sin x \cdot \ln(\sin x)}{2\sqrt{\cos x}} \right)$$

$$\text{Vậy } y' \left( \frac{\pi}{4} \right) = \left[ \sin \left( \frac{\pi}{4} \right) \right]^{\sqrt{\cos \frac{\pi}{4}}} \cdot \left( \frac{\cos \left( \frac{\pi}{4} \right) \cdot \sqrt{\cos \left( \frac{\pi}{4} \right)}}{\sin \left( \frac{\pi}{4} \right)} - \frac{\sin \left( \frac{\pi}{4} \right) \cdot \ln \left( \sin \left( \frac{\pi}{4} \right) \right)}{2\sqrt{\cos \left( \frac{\pi}{4} \right)}} \right) \quad (\text{Đáp án A})$$

**Chú ý:** Nếu giải bài toán theo cách trên thì rất phức tạp và mất thời gian với hình thức thi trắc nghiệm. Ta có một cách giải nhanh hơn, hiệu quả hơn nhờ tính năng "Tính đạo hàm tại một điểm" của máy tính cầm tay CASIO.

Cách 2: Sử dụng máy tính cầm tay CASIO:

- Trước hết, ta thấy do bài toán liên quan đến hàm lượng giác, nên ta cần đổi đơn vị góc sang Radian (Rad) bằng cách ấn **SHIFT** + **MODE** + **4**

- Ấn **SHIFT** + . Máy tính hiện ra  $\frac{d}{dx}(\square) \Big|_{x=\square}$

- Ta nhập vào máy tính:  $\frac{d}{dx} \left( (\sin X)^{\sqrt{\cos X}} \right) \Big|_{X=\frac{\pi}{4}}$  (Đáp án A)

– Từ các đáp án A, B, C, D. Nhập vào máy tính để chọn giá trị đúng nhất.

Ta thấy chỉ có A thỏa mãn.

**Câu 37. Chọn C.**

Gọi  $a(\text{cm})$  là độ dài cạnh của khối lập phương, với  $a > 0$ .

Khi đó thể tích của nó là  $V = a^3 (\text{cm}^3)$ .

Sau khi tăng độ dài cạnh thêm 2cm, thì thể tích mới là:  $V' = (a+2)^3 (\text{cm}^3)$ .

Từ giả thiết, ta có  $V' - V = 152 \Leftrightarrow (a+2)^3 - a^3 = 152$

$$\Leftrightarrow 6a^2 + 12a - 144 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -6(L) \\ a = 4(tm) \end{cases}$$

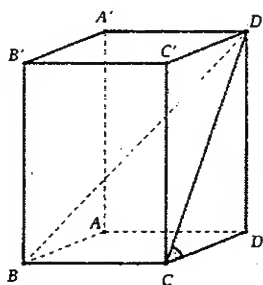
**Câu 38. Chọn D.**

*Phân tích:*  $ABCD.A'B'C'D'$  là một hình lăng trụ tứ giác đều, cũng có nghĩa rằng nó là một hình hộp đứng có đáy là hình vuông cạnh  $4\sqrt{3}(m)$ .

Ta có  $BC \perp CD, BC \perp DD' \Rightarrow BC \perp (CDD'C') \Rightarrow BC \perp CD'$

Suy ra  $((D'BC), (ABCD)) = (CD', CD) = D'CD = 60^\circ$ .

*Lời giải:*



$$\Delta D'CD \text{ vuông tại } D \text{ nên: } \tan D'CD = \frac{DD'}{CD} \Rightarrow DD' = 4\sqrt{3} \cdot \tan 60^\circ = 12(\text{m}).$$

$$\text{Vậy } V_{ABCD.A'B'C'D'} = DD' \cdot S_{ABCD} = 12 \cdot (4\sqrt{3})^2 = 576(\text{m}^2).$$

Câu 39. Chọn A.

Ta có  $y' = 3x^2 - 6x + m$ . Hàm số có hai cực trị  $\Leftrightarrow \Delta' = 9 - 3m > 0 \Leftrightarrow m < 3$ .

$$\text{Lại có } y = \frac{1}{3}(x-1)(3x^2 - 6x + m) + \left(\frac{2m}{3} - 2\right)x + \frac{4m}{3} = \frac{1}{3}(x-1)y' + \left(\frac{2m}{3} - 2\right)x + \frac{4m}{3}$$

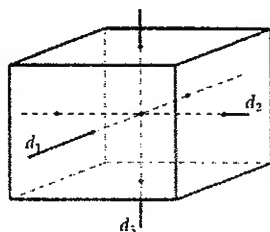
Suy ra phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là

$$d: y = \left(\frac{2m}{3} - 2\right)x + \frac{4m}{3}.$$

$$\text{Để } A(1;3) \in d \text{ thì } 3 = \left(\frac{2m}{3} - 2\right) \cdot 1 + \frac{4m}{3} \Leftrightarrow m = \frac{5}{2} \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

Câu 40. Chọn C.

Hình hộp chữ nhật (không phải là hình lập phương) thì có đúng 3 trục đối xứng lần lượt đi qua tâm của hai mặt phẳng đối diện (hình vẽ bên).



Câu 41. Chọn B

Cách tính tích có hướng bằng Casio :

Lưu  $\overline{SA}$  vào VctA MODE 8 1 1 0 = 0 = - 2 =

h [ VCT A ]

-2

Lưu  $\overline{SC}$  vào VctB  $\boxed{\text{AC}} \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{5} \boxed{2} \boxed{2} \boxed{1} \boxed{0} \boxed{=}$   $\boxed{2} \boxed{=}$   $\boxed{-}$   $\boxed{2} \boxed{=}$

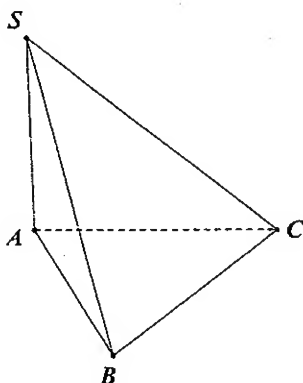
$\boxed{\text{Ans}}$   $\boxed{0}$   $\boxed{2}$   $\boxed{-}$   $\boxed{2}$   $\boxed{=}$

-2

Tính tích có hướng:  $\boxed{\text{AC}} \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{5} \boxed{3} \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{5} \boxed{4} \boxed{=}$

$\boxed{\text{Ans}}$   $\boxed{0}$   $\boxed{0}$   $\boxed{0}$

4



Các em có thể dùng cách truyền thống để tính, ở đây anh sẽ hướng dẫn cách dùng hệ tọa độ Oxyz

Chọn gốc  $A(0,0,0); S(0,0,2); C(0,2,0); B(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}, 0)$

$$\vec{n}_{(SAC)} = [\overline{SA}, \overline{SC}]$$

$$\vec{n}_{(SAC)} = [\overline{SB}, \overline{SC}]$$

$\boxed{\text{Ans}}$   $\boxed{-1}$   $\boxed{0}$   $\boxed{0}$

$\boxed{\text{Ans}}$   $\boxed{3}$   $\boxed{-1}$   $\boxed{1.732}$

-4

1.732050808

$$\frac{|-4 \times 3|}{\sqrt{4^2 \times \sqrt{3^2 + 3 + 3}}}$$

$$\frac{12}{\sqrt{4^2 \times \sqrt{3^2 + 3 + 3}}} = \frac{\sqrt{15}}{5}$$

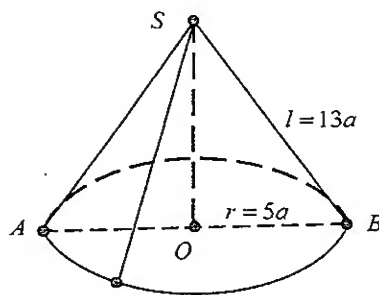
Câu 42. Chọn D.

$$\text{Ta có } \Delta = (1-2i)^2 + 4(1+i) = 1$$

$$\text{Do đó 2 nghiệm của phương trình là } \begin{cases} z = \frac{-(1-2i)-1}{2} = -1+i \\ z = \frac{-(1-2i)+1}{2} = i \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } |z_1 - z_2| = |(-1+i) - i| = 1.$$

Câu 43. Chọn B.



Xét hình nón như hình vẽ

Ta có tam giác  $SOB$  vuông nên:  $h = SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \sqrt{169a^2 - 25a^2} = 12a$ .

Câu 44. Chọn D

Chúng ta để ý một chút:  $f(1) = a + b + c$        $f\left(\frac{1}{2}\right) = 0$

Do đó:  $\int_{0.5}^1 g(x)dx = a + b + c$  tuy nhiên  $g(x)$  không xác định  $x = 0.5$  do đó ta phải xét  $x = 0.5 + \Delta x$  để làm cho tích phân vẫn xác định

$\Rightarrow \int_{0.5+\Delta x}^1 g(x)dx = a + b + c$  các em bấm vào máy như sau:

$$\int_{0.5+10^{-6}}^1 \frac{10x^2-7}{\sqrt{2x-1}} dx = 1.998585785$$

Vậy mình khoanh đáp án là D.2

Câu 45. Chọn B

Các em chọn bừa 1 số phức có phần thực là 4 rồi tìm  $z$ :  $\frac{1}{|z|-z} = 4+i \Leftrightarrow |z|-z = \frac{1}{4+i}$

Đến đây em có thể gọi  $z = a + bi$  rồi tiến hành giải phương trình hoặc dùng Newton-Raphson (anh bấm vài lần = rồi lấy sắp xỉ thôi xem thêm ở phần phương trình phức)

$$X = X - \frac{4+i}{-1} \quad |X|$$

$$-0.1102940504 + \frac{i}{1} \quad 0.1249999407$$

Câu 46. Chọn D

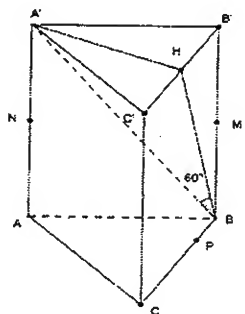
$$(1-3x+2x^2)^{2017} = (x-1)^{2017} (x-2)^{2017}$$

$$(x-1)^{2017} = -C_{2017}^{2017} + xC_{2017}^{2016} - x^2C_{2017}^{2015} + \dots$$

$$(2x-1)^{2017} = -C_{2017}^{2017} + (2x)^1C_{2017}^{2016} - (2x)^2C_{2017}^{2015} + \dots$$

$$a_2 = C_{2017}^{2015} \cdot C_{2017}^{2017} + 2(C_{2017}^{2016})^2 + 4C_{2017}^{2017} \cdot C_{2017}^{2015} = 18302258$$

Câu 47. Chọn C.



Gọi  $H$  là trung điểm của  $B'C'$

$$A'H \perp (BCC'B') \Rightarrow [A'B; (BCC'B')] = A'BH = 60^\circ. \quad BB' = x, \quad \overline{AC} = \overline{w}, \quad \overline{CB} = \overline{u}, \quad \overline{BB'} = \overline{v}.$$

$$\cos 60^\circ = \frac{BH}{A'B} = \frac{\sqrt{x^2 + \frac{a^2}{4}}}{\sqrt{4a^2 + x^2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = a.$$

$$\overline{CM} \cdot \overline{NP} = \left( \overline{CB} + \frac{1}{2} \overline{BB'} \right) \cdot \left( \frac{1}{4} \overline{NC} + \frac{3}{4} \overline{NB} \right) = \frac{1}{4} \left( \overline{u} + \frac{1}{2} \overline{v} \right) \left( -2\overline{v} + \overline{w} + 3(\overline{w} + \overline{u}) \right)$$

$$= \frac{1}{4} \left( \overline{u} + \frac{1}{2} \overline{v} \right) \left( -2\overline{v} + 4\overline{w} + 3\overline{u} \right) = \frac{1}{4} \left( 4\overline{u}\overline{w} + 3\overline{u}^2 - \overline{v}^2 \right) = \frac{1}{4} \left( 4\overline{u} \left( \overline{AK} - \frac{1}{2} \overline{u} \right) + 3\overline{u}^2 - \overline{v}^2 \right)$$

$$= \frac{1}{4} \left( \overline{u}^2 - \overline{v}^2 \right) = 0.$$





Math

Math

0.2307101433

Các em thấy có 2 nghiệm nên chỉ việc nhân lên thôi là  $2.642 = 1284$  nghiệm

Câu 49. Chọn A

Các em vẽ hình thì thấy quy luật cạnh giảm nên chu vi là  $C_n = 4 \cdot \frac{1}{(\sqrt{2})^{n-1}}$  các em thay vào ra

đáp án A xét với  $n=18$  bấm máy cho nhanh

Math

0

Câu 50. Chọn A

Em chọn  $\alpha = 1$  và bấm như sau để tính  $u_7$

Math

0.5403023059

Cái này chính là tính  $u_1$  và kết quả này được tự động lưu Ans

Math

0.9998779322

Đầu = đầu tiên là tính  $u_2$  rồi cứ = để tính  $u_3, u_4, \dots, u_7$

Sau đó lưu kết quả đó vào A để so sánh với đáp án

AC Ans SHIFT RCL (-)

$$\begin{array}{l} \text{Ans} \rightarrow A \\ 0.9998779322 \end{array} \quad \begin{array}{l} \boxed{\text{Math}} \blacktriangle \\ A - \cos\left(\frac{1}{26}\right) \end{array} \quad \begin{array}{l} \boxed{\text{Math}} \blacktriangle \\ 0 \end{array}$$

CASIO LUYỆN ĐỀ THPT QG

KỲ THI THPT QUỐC GIA NĂM 2018

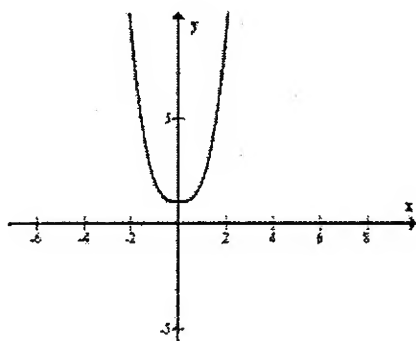
ĐỀ THI THAM KHẢO

Bài Thi : Toán

Đề Luyện Tập Số 3

Thời gian làm bài: 90 phút

Câu 1:



Hình vẽ trên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

- A.  $y = x^2 + 1$
- B.  $y = x^4 + 2x^2 + 1$
- C.  $y = x^3 + 2|x| + 1$
- D.  $y = |x^3| + 1$

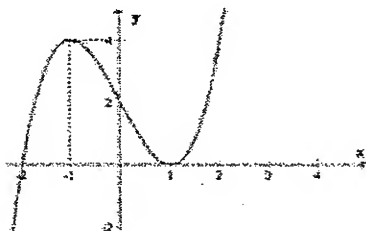
Câu 2: Khẳng định nào sau đây SAI?

- A. Hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + x + 2017$  không có cực trị.
- B. Hàm số  $y = |x|$  có cực trị.
- C. Hàm số  $y = \sqrt[3]{x^2}$  không có cực trị.
- D. Hàm số  $y = \frac{1}{x^2}$  có đồng biến, nghịch biến trong từng khoảng nhưng không có cực trị.

Câu 3: Tìm số thực  $k$  để đồ thị của hàm số  $y = x^4 - 2kx^2 + k$  có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác nhận điểm  $G\left(0; \frac{1}{3}\right)$  làm trọng tâm?

- A.  $k = 1, k = \frac{1}{3}$
- B.  $k = -1, k = \frac{1}{2}$
- C.  $k = \frac{1}{2}, k = 1$
- D.  $k = -1, k = \frac{1}{3}$

Câu 4: Cho ba hàm số bậc ba  $f(x)$  có đồ thị (C) tiếp xúc với trục hoành như hình vẽ.



Phương trình nào dưới đây là phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm uốn của nó?

- A.  $y = 3x + 2$     B.  $y = -3x + 2$   
C.  $y = -2x + 2$     D.  $y = -x + 2$

Câu 5: Xét đồ thị (C) của hàm số  $y = \left| \frac{x-2}{x-1} \right|$ . Khẳng định nào sau đây SAI?

- A. Đồ thị cắt tiệm cận tại một điểm.    B. Hàm số giảm trong khoảng (1;2)  
C. Đồ thị (C) có 3 đường tiệm cận.    D. Hàm số có một cực trị.

Câu 6: Cho hàm số  $y = \sin^2 x$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $2y' + y'' = \sqrt{2} \cos(2x - \frac{\pi}{4})$     B.  $2y + y' \cdot \tan x = 0$     C.  $4y - y'' = 2$     D.  $4y' + y''' = 0$

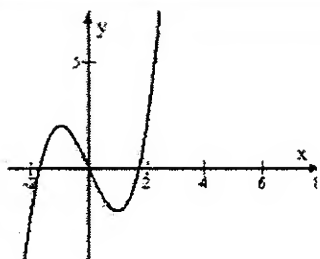
Câu 7: Nhà xe khoán cho hai tài xế ta-xi An và Bình mỗi người lần lượt nhận 32 lít và 72 lít xăng. Hỏi tổng số ngày ít nhất là bao nhiêu để hai tài xế chạy tiêu thụ hết số xăng của mình được khoán, biết rằng bắt buộc hai tài xế cùng chạy trong ngày (không có người nghỉ người chạy) và cho chỉ tiêu một ngày hai tài xế chỉ chạy đủ hết 10 lít xăng?

- A. 20 ngày    B. 15 ngày    C. 10 ngày    D. 25 ngày

Câu 8: Giá trị tham số thực k nào sau đây để đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3kx^2 + 4$  cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

- A.  $-1 < k < 1$     B.  $k > 1$     C.  $k < 1$     D.  $k \geq 1$

Câu 9: Cho hàm số  $y = f(x)$ . Đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  nhận gốc tọa độ làm tâm đối xứng như hình vẽ bên



Khẳng định nào sau đây SAI?

- A. Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có ba điểm cực trị.
- B. Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  nhận trục tung làm trục đối xứng.
- C. Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  cắt trục hoành tại 4 điểm.
- D. Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có hai điểm uốn.

Câu 10: Cho hàm số  $y = \frac{x+1}{\sqrt{ax^2+1}}$  có đồ thị (C). Tìm giá trị  $a$  để đồ thị của hàm số có đường tiệm cận và đường tiệm cận đó cách đường tiếp tuyến của (C) một khoảng bằng  $\sqrt{2}-1$ ?

- A.  $a > 0$       B.  $a = 2$       C.  $a = 3$       D.  $a = 1$

Câu 11: Hãy nêu tất cả các hàm số trong các hàm số  $y = \sin x, y = \cos x, y = \tan x, y = \cot x$  để hàm số đó đồng biến và nhận giá trị âm trong khoảng  $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$ ?

- A.  $y = \tan x$       B.  $y = \sin x, y = \cot x$       C.  $y = \sin x, y = \tan x$       D.  $y = \tan x, y = \cos x$

Câu 12: Để giải phương trình:  $\tan x \tan 2x = 1$  có ba bạn An, Lộc, Sơn giải tóm tắt ba cách khác nhau như sau:

+An: Điều kiện  $\begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x \neq \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \end{cases}$

Phương trình  $\tan x \tan 2x = 1 \Leftrightarrow \tan 2x = \cot x = \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Rightarrow x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3}$

Nên nghiệm phương trình là:  $x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$ .

+Lộc: Điều kiện  $\tan x \neq \pm 1$ .

Phương trình  $\tan x \tan 2x = 1 \Leftrightarrow \tan x \cdot \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} = 1 \Leftrightarrow 3 \tan^2 x = 1$

$$\Leftrightarrow \tan x = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 \Rightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \text{ là nghiệm.}$$

$$+\text{Son: Điều kiện } \begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \cos 2x \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \sin^2 x \neq \frac{1}{2} \end{cases}. \text{ Ta có}$$

$$\tan x \tan 2x = 1 \Leftrightarrow \frac{\sin x}{\cos x} \cdot \frac{\sin 2x}{\cos 2x} = 1 \Leftrightarrow 2\sin^2 x \cos x = \cos x \cos 2x \Leftrightarrow 2\sin^2 x = \cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$$

$$\Leftrightarrow \sin^2 x = \frac{1}{4} = \sin^2 x \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \text{ là nghiệm.}$$

Hỏi, bạn nào sau đây giải đúng?

- A. An      B. Lộc      C. Son      D. An, Lộc, Son

Câu 13: Tìm tập nghiệm S của phương trình  $\cos 2x + 5\cos 5x + 3 = 10\cos 2x \cos 3x$  là:

- A.  $S = \left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$       B.  $S = \left\{ \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$   
 C.  $S = \left\{ \pm \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$       D.  $S = \left\{ \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

Câu 14: Số nghiệm của phương trình  $\cos^2 x + 2\cos 3x \cdot \sin x - 2 = 0$  trong khoảng  $(0; \pi)$  là :

- A. 0      B. 1      C. 2      D. 3

Câu 15: Có bao nhiêu giá trị của tham số thực a để hàm số  $y = \frac{\cos x + a \cdot \sin x + 1}{\cos x + 2}$  có giá trị lớn nhất  $y = 1$ .

- A. 0      B. 1      C. 2      D. 3

Câu 16: Với  $\forall n \in \mathbb{N}^*$ , dãy  $(u_n)$  nào sau đây không phải là một cấp số cộng hay cấp số nhân ?

A.  $u_n = 2017n + 2018$    B.  $u_n = (-1)^n \left( \frac{2017}{2018} \right)^n$    C.  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{2018} \end{cases}$    D.

$\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = 2017u_n + 2018 \end{cases}$

Câu 17: Dãy  $(u_n)$  nào sau đây có giới hạn khác số 1 khi  $n$  dẫn đến vô cùng?

A.  $u_n = \frac{(2017-n)^{2018}}{n(2018-n)^{2017}}$

B.  $u_n = n(\sqrt{n^2 + 2018} - \sqrt{n^2 + 2016})$

C.  $\begin{cases} u_1 = 2017 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}(u_n + 1), n = 1, 2, 3, \dots \end{cases}$

D.  $u_n = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{n.(n+1)}$

Câu 18: Xác định giá trị thực của  $k$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^{2016} + x - 2}{\sqrt{2018x+1} - \sqrt{x+2018}}, & x \neq 1 \\ k, & x = 1 \end{cases}$  liên tục

tại  $x = 1$ .

A.  $k = 1$    B.  $k = 2\sqrt{2019}$    C.  $k = \frac{2017 \cdot \sqrt{2018}}{2}$    D.  $k = \frac{2016}{2017} \sqrt{2019}$

Câu 19: Thầy giáo có 10 câu hỏi trắc nghiệm, trong đó có 6 câu đại số và 10 câu hình học. Thầy gọi bạn Nam lên bảng trả bài bằng cách chọn lấy ngẫu nhiên 3 câu hỏi trong 10 câu hỏi trên để trả lời. Hỏi xác suất bạn Nam chọn ít nhất có một câu hình học là bằng bao nhiêu?

A.  $\frac{5}{6}$    B.  $\frac{1}{30}$    C.  $\frac{1}{6}$    D.  $\frac{29}{30}$

Câu 20: Cho  $x$  là số thực dương. Khai triển nhị thức Niu ton của biểu thức  $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^{12}$  ta có

hệ số của một số hạng chứa  $x^m$  bằng 495. Tìm tất cả các giá trị  $m$ ?

A.  $m = 4, m = 8$    B.  $m = 0$    C.  $m = 0, m = 12$    D.  $m = 8$



Câu 21: Một người bắn súng, để bắn trúng vào tâm, xác suất tâm ba phần bảy  $\left(\frac{3}{7}\right)$ .

Hỏi cả thầy bắn ba lần, xác suất cần bao nhiêu, để mục tiêu trúng một lần?

A.  $\frac{48}{343}$

B.  $\frac{144}{343}$

C.  $\frac{199}{343}$

D.  $\frac{27}{343}$

Câu 22: Trong không gian cho đường thẳng  $a$  và  $A, B, C, E, F, G$  là các điểm phân biệt và không có ba điểm nào trong đó thẳng hàng. Khẳng định nào sau đây đúng?

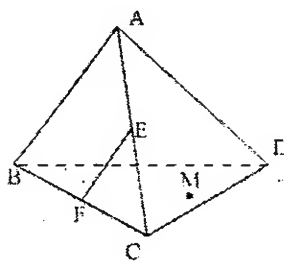
A.  $\begin{cases} a \parallel BC \\ BC \subset (EFG) \end{cases} \Rightarrow a \parallel (EFG)$

B.  $\begin{cases} a \perp BC \\ a \perp AC \end{cases} \Rightarrow a \perp mp(ABC)$

C.  $\begin{cases} AB \parallel EF \\ BC \parallel FG \end{cases} \Rightarrow (ABC) \parallel (EFG)$

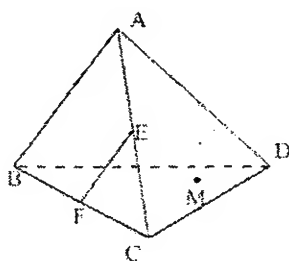
D.  $\begin{cases} a \perp (ABC) \\ a \perp (EFG) \end{cases} \Rightarrow (ABC) \parallel (EFG)$

Câu 23: Cho tứ diện ABCD. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh AC và BC. Trên mặt phẳng BCD lấy một điểm M tùy ý (điểm M có đánh dấu tròn như hình vẽ). Nêu đầy đủ các trường hợp (TH) để thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MEF) với tứ diện ABCD là một tứ giác?



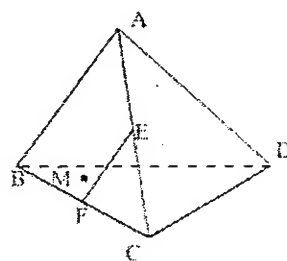
TH1

A. TH1



TH2

B. TH1, TH2



TH3

C. TH2, TH3

D. TH2

Câu 24: Giả sử  $\alpha$  là góc của hai mặt của một tứ diện đều có cạnh bằng  $a$ . Khẳng định đúng là:

A.  $\tan \alpha = \sqrt{8}$

B.  $\tan \alpha = 3\sqrt{2}$

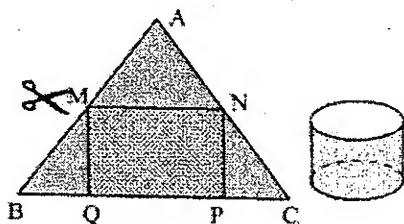
C.  $\tan \alpha = 2\sqrt{3}$

D.  $\tan \alpha = 4\sqrt{2}$

Câu 25: Hình nón có thiết diện qua trục là tam giác đều và có thể tích  $V = \frac{\sqrt{3}}{3} \pi a^3$ . Diện tích chung quanh  $S$  của hình nón đó là:

- A.  $S = \frac{1}{2} \pi a^2$       B.  $S = 4 \pi a^2$       C.  $S = 2 \pi a^2$       D.  $S = \pi a^2$

Câu 26: Có tấm bìa hình tam giác vuông cân ABC có cạnh huyền bằng  $a$ . Người ta muốn cắt tấm bìa đó thành hình chữ nhật MNPQ rồi cuộn lại thành một hình trụ không đáy như hình vẽ.



Diện tích hình chữ nhật đó bằng bao nhiêu để diện tích chung quanh của hình trụ là lớn nhất?

- A.  $\frac{a^2}{2}$       B.  $\frac{\sqrt{3}a^2}{4}$       C.  $\frac{a^2}{8}$       D.  $\frac{\sqrt{3}.a^2}{8}$

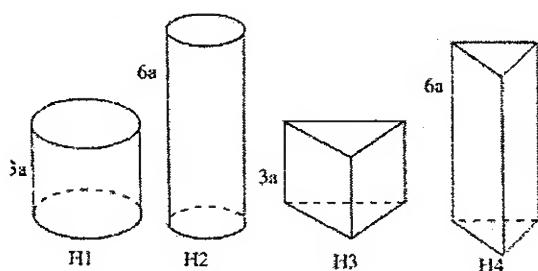
Câu 27: Cho hình chóp tam giác đều S.ABC có các cạnh bên SA, SB, SC vuông góc với nhau từng đôi một. Biết thể tích của tứ diện bằng  $\frac{a^3}{12}$ . Bán kính  $r$  mặt cầu nội tiếp của tứ diện là:

- A.  $r = \frac{2a}{3+2\sqrt{3}}$       B.  $r = 2a$       C.  $r = \frac{2a}{3(3+2\sqrt{3})}$       D.  $r = \frac{a.\sqrt[3]{4}}{2(3+\sqrt{3})}$

Câu 28: Có một khối gỗ hình lập phương có thể tích bằng  $V_1$ . Một người thợ mộc muốn gọt giữa khối gỗ đó thành một khối trụ có thể tích bằng  $V_2$ . Tính tỉ số lớn nhất  $k = \frac{V_1}{V_2}$ ?

- A.  $k = \frac{1}{4}$       B.  $k = \frac{\pi}{2}$       C.  $k = \frac{\pi}{4}$       D.  $k = \frac{\pi}{3}$

Câu 29: Cho một tấm bìa hình chữ nhật có kích thước  $3a, 6a$ . Người ta muốn tạo tấm bìa đó thành 4 hình không đáy như hình vẽ, trong đó có hai hình trụ lần lượt có chiều cao  $3a, 6a$  và hai hình lăng trụ tam giác đều có chiều cao lần lượt  $3a, 6a$ .



Trong 4 hình H1, H2, H3, H4 lần lượt theo thứ tự có thể tích lớn nhất và nhỏ nhất là:

- A. H1, H4      B. H2, H3  
C. H1, H3      D. H2, H4

Câu 30: Tính  $S = \log_2 2016$  theo  $a$  và  $b$  biết  $\log_2 7 = a, \log_3 7 = b$ .

- A.  $S = \frac{2a+5b+ab}{b}$       B.  $S = \frac{2b+5a+ab}{a}$       C.  $S = \frac{5a+2b+ab}{b}$       D.  $S = \frac{2a+5b+ab}{a}$

Câu 31: Tìm tập nghiệm của bất phương trình  $\log_{2018} x \leq \log_x 2018$  là:

- A.  $0 \leq x \leq 2018$       B.  $\frac{1}{2018} \leq x \leq 2018$       C.  $\begin{cases} 0 < x \leq \frac{1}{2018} \\ 1 < x \leq 2018 \end{cases}$       D.  $\begin{cases} x \leq \frac{1}{2018} \\ 1 < x \leq 2018 \end{cases}$

Câu 32: Số nghiệm của phương trình  $2018^x + x^2 = \sqrt{2016 + \sqrt[3]{2017 + \sqrt[5]{2018}}}$  là:

- A. 1      B. 2      C. 3      D. 4

Câu 33: Cho hai số thực  $a, b$  đều lớn hơn 1. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$S = \frac{1}{\log_{(ab)} a} + \frac{1}{\log_{\sqrt[3]{ab}} b}$$
 bằng:

- A.  $\frac{4}{9}$       B.  $\frac{9}{4}$       C.  $\frac{9}{2}$       D.  $\frac{1}{4}$

Câu 34: Với tham số thực  $k$  thuộc tập  $S$  nào dưới đây để phương trình

$$\log_2(x+3) + \log_2 x^2 = k$$
 có một nghiệm duy nhất?

- A.  $S = (-\infty; 0)$       B.  $S = (2; +\infty)$       C.  $S = (4; +\infty)$       D.  $S = (0; +\infty)$

Câu 35: Hàm số nào dưới đây là một nguyên hàm của hàm số  $y = 2^{\sin x} 2^{\cos x} (\cos x - \sin x)$

A.  $y = 2^{\sin x + \cos x} + C$     B.  $y = \frac{2^{\sin x} \cdot 2^{\cos x}}{\ln 2}$     C.  $y = \ln 2 \cdot 2^{\sin x + \cos x}$     D.  $y = -\frac{2^{\sin x + \cos x}}{\ln 2} + C$

Câu 36: Hàm  $F(x)$  nào dưới đây là nguyên hàm của hàm số  $y = \sqrt[3]{x+1}$

A.  $F(x) = \frac{3}{4}(x+1)^{\frac{4}{3}} + C$     B.  $F(x) = \frac{4}{3}\sqrt[3]{(x+1)^4} + C$

C.  $F(x) = \frac{3}{4}(x+1)^3\sqrt[3]{(x+1)} + C$     D.  $F(x) = \frac{3}{4}\sqrt[4]{(x+1)^3} + C$

Câu 37: Cho  $\int_1^2 f(x)dx = 2$ . Tính  $I = \int_1^4 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx$  bằng:

A.  $I = 1$     B.  $I = 2$     C.  $I = 4$     D.  $I = \frac{1}{2}$

Câu 38: Cho  $f(x)$  là hàm số chẵn liên tục trong đoạn  $[-1;1]$  và  $\int_{-1}^1 f(x)dx = 2$ .

Kết quả  $I = \int_{-1}^1 \frac{f(x)}{1+e^x} dx$  bằng:

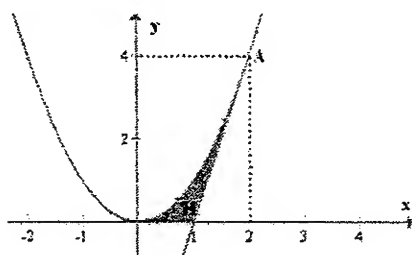
A.  $I = 1$     B.  $I = 3$     C.  $I = 2$     D.  $I = 4$

Câu 39: Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $[1;e]$ , biết  $\int_1^e \frac{f(x)}{x} dx = 1, f(e) = 1$ .

Ta có  $I = \int_1^e f'(x) \cdot \ln x dx$  bằng:

A.  $I = 4$     B.  $I = 3$     C.  $I = 1$     D.  $I = 0$

Câu 40: Cho hình (H) giới hạn bởi trục hoành, đồ thị của một Parabol và một đường thẳng tiếp xúc Parabol đó tại điểm  $A(2;4)$ , như hình vẽ bên dưới.



Thể tích vật thể tròn xoay tạo bởi khi hình (H) quay quanh trục Ox bằng:

- A.  $\frac{16\pi}{15}$  B.  $\frac{32\pi}{5}$  C.  $\frac{2\pi}{3}$  D.  $\frac{22\pi}{5}$

Câu 41: Cho bốn điểm M, N, P, Q là các điểm trong mặt phẳng phức theo thứ tự biểu diễn các số  $-i$ ,  $2+i$ ,  $5$ ,  $1+4i$ . Hỏi, điểm nào là trọng tâm của tam giác tạo bởi ba điểm còn lại?

- A. M B. N C. P D. Q

Câu 42: Trong các số phức:  $(1+i)^3$ ,  $(1+i)^4$ ,  $(1+i)^5$ ,  $(1+i)^6$  số phức nào là số phức thuần ảo?

- A.  $(1+i)^3$  B.  $(1+i)^4$  C.  $(1+i)^5$  D.  $(1+i)^6$

Câu 43: Định tất cả các số thực m để phương trình  $z^2 - 2x + 1 - m = 0$  có nghiệm phức z thỏa mãn  $|z| = 2$ .

- A.  $m = -3$  B.  $m = -3, m = 9$  C.  $m = 1, m = 9$  D.  $m = -3, m = 1, m = 9$

Câu 44: Cho z là số phức thỏa mãn  $|z+m| = |z-1+mi|$  và số phức  $z' = 1+i$ . Định tham số thực m để  $|z-z'|$  là lớn nhất.

- A.  $m = \frac{1}{2}$  B.  $m = -\frac{1}{2}$  C.  $m = \frac{1}{3}$  D.  $m = 1$

Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm  $A(1;2;0)$ ,  $B(2;1;1)$ ,  $C(0;3;-1)$

Xét các khẳng định sau:

- I.  $BC = 2AB$  II. Điểm B thuộc đoạn AC  
III. ABC là một tam giác IV. A, B, C thẳng hàng

Trong 4 khẳng định trên có bao nhiêu khẳng định đúng?

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai đường thẳng:  $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-7}{1} = \frac{z-3}{4}$

và  $d_2$  là giao tuyến của hai mặt phẳng  $2x+3y-9=0, y+2z+5=0$

Vị trí tương đối của hai đường thẳng là:

- A. Song song      B. Chéo nhau      C. Cắt nhau      D. Trùng nhau

Câu 47: Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , phương trình mặt cầu (S) có tâm nằm

trên đường thẳng  $(d): \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{1}$  và tiếp xúc với hai mặt phẳng

$(P): 2x-z-4=0, (Q): x-2y-2=0$  là:

A.  $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 5$       B.  $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = \sqrt{5}$

C.  $(S): (x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 5$       D.  $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 3$

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(2;1;1), B(0;3;-1)$ . Điểm M nằm trên mặt phẳng  $(P): 2x+y+z-4=0$  sao cho  $MA+MB$  nhỏ nhất là:

- A.  $(1;0;2)$       B.  $(0;1;3)$       C.  $(1;2;0)$       D.  $(3;0;2)$

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(P): x+2y-2z+2018=0,$

$(Q): x+my+(m-1)z+2017=0$ . Khi hai mặt phẳng (P) và (Q) tạo với nhau một góc lớn nhất thì điểm M nào dưới đây nằm trong (Q)?

- A.  $M(-2017;1;1)$       B.  $M(2017;-1;1)$       C.  $M(-2017;1;-1)$       D.  $M(1;1;-2017)$

Câu 50: Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho hai đường thẳng chéo nhau

$$d_1: \begin{cases} x=4-2t \\ y=t \\ z=3 \end{cases}, d_2: \begin{cases} x=1 \\ y=t' \\ z=-t' \end{cases}$$

Phương trình mặt cầu có bán kính nhỏ nhất tiếp xúc với hai đường thẳng trên là:

A.  $\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + y^2 + (z+2)^2 = \frac{9}{4}$

B.  $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + y^2 + (z-2)^2 = \frac{9}{4}$

C.  $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + y^2 + (z-2)^2 = \frac{3}{2}$

D.  $\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + y^2 + (z+2)^2 = \frac{3}{2}$

----- HẾT -----

**Bảng đáp án**

1.A	2.C	3.C	4.B	5.C	6.D	7.A	8.B	9.C	10.D
11.C	12.B	13.D	14.A	15.B	16.D	17.A	18.B	19.A	20.C
21.B	22.B	23.C	24.D	25.D	26.D	27.D	28.C	29.A	30.A
31.C	32.B	33.B	34.B	35.B	36.C	37.C	38.A	39.D	40.A
41.B	42.D	43.D	44.B	45.B	46.C	47.A	48.C	49.A	50.B

**Giải Chi Tiết**

**Câu 1: Đáp án A.**

Đồ thị hàm số có dạng parabol nhận  $Oy$  làm trục đối xứng nên là hàm số chẵn. Lại có hàm số đi qua điểm  $(2;5)$  nên trong 4 phương án ta chọn được hàm số  $y = x^2 + 1$ .

**Câu 2: Đáp án C.**

Hàm số  $y = \sqrt[3]{x^2}$  có điểm cực trị  $x = 0$ .

**Câu 3: Đáp án C.**

Xét hàm số  $y = x^4 - 2kx^2 + k$  có  $y' = 4x^3 - 4kx$  có  $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = k \end{cases}$

Với  $k > 0$  thì hàm số có 3 điểm cực trị là  $x = 0, x = \sqrt{k}, x = -\sqrt{k}$ . Gọi A, B, C là 3 điểm cực trị của đồ thị hàm số, ta có:  $A(0; k), B(\sqrt{k}; -k^2 + k), C(-\sqrt{k}; -k^2 + k)$ . Để  $G\left(0; \frac{1}{3}\right)$  là trọng tâm

$$\Delta ABC \text{ thì } \begin{cases} 0 + \sqrt{k} + (-\sqrt{k}) = 3 \cdot 0 \\ k + 2(-k^2 + k) = 3 \cdot \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 1 \\ k = \frac{1}{2} \end{cases}$$

**Câu 4: Đáp án B.**

Từ đồ thị hàm số ta suy ra  $y = f(x) = x^3 - 3x + 2$  Đạo hàm:  $f'(x) = 3x^2 - 3$

Phương trình đường thẳng đi qua điểm uốn  $A(0; 2)$  của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  là:



$$y = (x-0).f'(0) + 2 \Leftrightarrow y = -3x + 2$$

Casio tính nhanh hệ số góc

$$\frac{d}{dx}(x^3 - 3x + 2) \Big|_{x=0} = -3$$

Câu 5: Đáp án C.

Đồ thị hàm số  $y = \left| \frac{x-2}{x-1} \right|$  chỉ có hai đường tiệm cận là  $x=1$  và  $y=1$ .

Câu 6: Đáp án D.

Xét hàm số  $y = \sin^2 x$  có  $y' = \sin 2x$ ,  $y'' = 2 \cos 2x$  và  $y''' = -4 \sin 2x$

Khi đó xét từng đáp án:

$$* 2y' + y'' = 2 \sin 2x + 2 \cos 2x = 2\sqrt{2} \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$* 2y + y' \cdot \tan x = 2 \sin^2 x + \sin 2x \cdot \tan x = 2 \sin^2 x + 2 \sin x \cos x \cdot \tan x = 4 \sin^2 x$$

$$* 4y - y'' = 4 \sin^2 x - 2 \cos 2x = 2 - 2 \cos 2x - 2 \cos 2x = 2 - 4 \cos 2x$$

$$* 4y' + y''' = 4 \sin 2x - 4 \sin 2x = 0.$$

Vậy ta chọn D.

Câu 7: Đáp án A.

Gọi  $x, y$  lần lượt là số lít xăng mà An và Bình tiêu thụ trong 1 ngày. Ta có  $x + y = 10 \Rightarrow y = 10 - x$ .

$$\text{Số ngày mà 2 người tiêu thụ hết số xăng là: } f(x) = \frac{32}{x} + \frac{72}{10-x}$$

$$\text{Ta có: } f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 4 \Rightarrow y = 6.$$

Vậy số ngày ít nhất cần tìm là  $f(4) = 20$  (ngày).

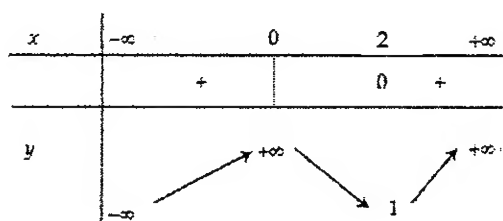
Câu 8: Đáp án B.

Để phương trình  $x^3 - 3kx^2 + 4 = 0$  có 3 nghiệm phân biệt thì ta có:

$$x^3 - 3kx^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow k = \frac{x}{3} + \frac{4}{3x^2}. \text{ Xét hàm số } f(x) = \frac{x}{3} + \frac{4}{3x^2} \text{ có } y' = \frac{1}{3} - \frac{8}{3x^3} \text{ có}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x = 2.$$

Bảng biến thiên:



Từ đó suy ra với  $k > 1$  thì đồ thị hàm số  $f(x) = \frac{x}{3} + \frac{4}{3x^2}$  cắt  $y = k$  tại 3 điểm phân biệt hay đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3kx + 4$  cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.

Casio: thử các giá trị  $k$  đặc trưng cho đáp án, dùng tính năng gpt bậc 3 để kiểm tra

Xét  $k = 10$  ta có :

MODE 5 4 1 = - 3 0 = 0 = 4 =

| b -30 c 0 d [ ]

4

X<sub>1</sub>=

29.99555424

X<sub>2</sub>=

0.3674050772

X<sub>3</sub>=

-0.3629593152

Vậy B hoặc D đúng, ta kiểm tra  $k=1$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline \text{b} & \text{c} & \text{Math} & \text{d} & \text{u1} & \text{X1=} & \text{Math} & \text{v} & \text{X2=} & \text{Math} & \text{A} \\ \hline -3 & \text{[redacted]} & & & & & & & & & \\ \hline & & & & 0 & & & & -1 & & 2 \\ \hline \end{array}$$

Câu 9: Đáp án C.

Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị là đúng vì  $f'(x) = 0$  có 3 nghiệm phân biệt.

Đồ thị hàm số nhận Oy làm trục đối xứng là đúng vì có 2 cực trị đối xứng nhau qua O.

Đồ thị hàm số có 2 điểm uốn là đúng vì  $f'(x)$  có 2 cực trị.

Câu 10: Đáp án D.

Ta tìm được đường tiệm cận của đồ thị hàm số là  $y = \frac{1}{\sqrt{a}}$  với  $a > 0$ .

Khi đó tiếp tuyến tại điểm  $x_0$  có khoảng cách đến tiệm cận  $\Leftrightarrow$  tiếp tuyến có hệ số góc bằng

$$0 \Leftrightarrow y'(x_0) = 0 \quad \text{Có: } y' = \frac{\sqrt{ax^2+1} - \frac{ax(x+1)}{\sqrt{ax^2+1}}}{ax^2+1} \quad y' = 0 \Leftrightarrow ax^2+1 = ax(x+1) \Leftrightarrow x = \frac{1}{a}.$$

$$\text{Xét } x_0 = \frac{1}{a} \Rightarrow y(x_0) = \frac{\frac{1}{a}+1}{\sqrt{a \cdot \frac{1}{a^2}+1}} = \sqrt{\frac{1}{a}+1}.$$

$$\text{Để khoảng cách giữa 2 đường thẳng đó là } \sqrt{2}-1 \text{ thì: } \left| \sqrt{\frac{1}{a}+1} - \frac{1}{\sqrt{a}} \right| = \sqrt{2}-1 \Leftrightarrow a=1.$$

Câu 11: Đáp án C.

Các hàm số thỏa mãn là  $y = \sin x$  và  $y = \tan x$ .

Các em có thể kiểm tra nhanh bằng Casio

$$\text{MODE } [7] [\sin] [\text{ALPHA}] [)] [)]$$

$$f(x) = \sin(x)$$

Các em dùng Table với Start  $-\frac{\pi}{2}$  = End 0 = Step  $\frac{\pi}{24}$  =

$\frac{\pi}{24}$	$-\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{24}$	$0$	$\frac{\pi}{24}$	$\frac{\pi}{24}$
1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36
37	38	39	40	41	42
43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54
55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66
67	68	69	70	71	72
73	74	75	76	77	78
79	80	81	82	83	84
85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96
97	98	99	100	101	102
103	104	105	106	107	108
109	110	111	112	113	114
115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126
127	128	129	130	131	132
133	134	135	136	137	138
139	140	141	142	143	144
145	146	147	148	149	150
151	152	153	154	155	156
157	158	159	160	161	162
163	164	165	166	167	168
169	170	171	172	173	174
175	176	177	178	179	180
181	182	183	184	185	186
187	188	189	190	191	192
193	194	195	196	197	198
199	200	201	202	203	204
205	206	207	208	209	210
211	212	213	214	215	216
217	218	219	220	221	222
223	224	225	226	227	228
229	230	231	232	233	234
235	236	237	238	239	240
241	242	243	244	245	246
247	248	249	250	251	252
253	254	255	256	257	258
259	260	261	262	263	264
265	266	267	268	269	270
271	272	273	274	275	276
277	278	279	280	281	282
283	284	285	286	287	288
289	290	291	292	293	294
295	296	297	298	299	300
301	302	303	304	305	306
307	308	309	310	311	312
313	314	315	316	317	318
319	320	321	322	323	324
325	326	327	328	329	330
331	332	333	334	335	336
337	338	339	340	341	342
343	344	345	346	347	348
349	350	351	352	353	354
355	356	357	358	359	360
361	362	363	364	365	366
367	368	369	370	371	372
373	374	375	376	377	378
379	380	381	382	383	384
385	386	387	388	389	390
391	392	393	394	395	396
397	398	399	400	401	402
403	404	405	406	407	408
409	410	411	412	413	414
415	416	417	418	419	420
421	422	423	424	425	426
427	428	429	430	431	432
433	434	435	436	437	438
439	440	441	442	443	444
445	446	447	448	449	450
451	452	453	454	455	456
457	458	459	460	461	462
463	464	465	466	467	468
469	470	471	472	473	474
475	476	477	478	479	480
481	482	483	484	485	486
487	488	489	490	491	492
493	494	495	496	497	498
499	500	501	502	503	504
505	506	507	508	509	510
511	512	513	514	515	516
517	518	519	520	521	522
523	524	525	526	527	528
529	530	531	532	533	534
535	536	537	538	539	540
541	542	543	544	545	546
547	548	549	550	551	552
553	554	555	556	557	558
559	560	561	562	563	564
565	566	567	568	569	570
571	572	573	574	575	576
577	578	579	580	581	582
583	584	585	586	587	588
589	590	591	592	593	594
595	596	597	598	599	600
601	602	603	604	605	606
607	608	609	610	611	612
613	614	615	616	617	618
619	620	621	622	623	624
625	626	627	628	629	630
631	632	633	634	635	636
637	638	639	640	641	642
643	644	645	646	647	648
649	650	651	652	653	654
655	656	657	658	659	660
661	662	663	664	665	666
667	668	669	670	671	672
673	674	675	676	677	678
679	680	681	682	683	684
685	686	687	688	689	690
691	692	693	694	695	696
697	698	699	700	701	702
703	704	705	706	707	708
709	710	711	712	713	714
715	716	717	718	719	720
721	722	723	724	725	726
727	728	729	730	731	732
733	734	735	736	737	738
739	740	741	742	743	744
745	746	747	748	749	750
751	752	753	754	755	756
757	758	759	760	761	762
763	764	765	766	767	768
769	770	771	772	773	774
775	776	777	778	779	780
781	782	783	784	785	786
787	788	789	790	791	792
793	794	795	796	797	798
799	800	801	802	803	804
805	806	807	808	809	810
811	812	813	814	815	816
817	818	819	820	821	822
823	824	825	826	827	828
829	830	831	832	833	834
835	836	837	838	839	840
841	842	843	844	845	846
847	848	849	850	851	852
853	854	855	856	857	858
859	860	861	862	863	864
865	866	867	868	869	870
871	872	873	874	875	876
877	878	879	880	881	882
883	884	885	886	887	888
889	890	891	892	893	894
895	896	897	898	899	900
901	902	903	904	905	906
907	908	909	910	911	912
913	914	915	916	917	918
919	920	921	922	923	924
925	926	927	928	929	930
931	932	933	934	935	936
937	938	939	940	941	942
943	944	945	946	947	948
949	950	951	952	953	954
955	956	957	958	959	960
961	962	963	964	965	966
967	968	969	970	971	972
973	974	975	976	977	978
979	980	981	982	983	984
985	986	987	988	989	990
991	992	993	994	995	996
997	998	999	1000	1001	1002
1003	1004	1005	1006	1007	1008
1009	1010	1011	1012	1013	1014
1015	1016	1017	1018	1019	1020
1021	1022	1023	1024	1025	1026
1027	1028	1029	1030	1031	1032
1033	1034	1035	1036	1037	1038
1039	1040	1041	1042	1043	1044
1045	1046	1047	1048	1049	1050
1051	1052	1053	1054	1055	1056
1057	1058	1059	1060	1061	1062
1063	1064	1065	1066	1067	1068
1069	1070	1071	1072	1073	1074
1075	1076	1077	1078	1079	1080
1081	1082	1083	1084	1085	1086
1087	1088	1089	1090	1091	1092
1093	1094	1095	1096	1097	1098
1099	1100	1101	1102	1103	1104
1105	1106	1107	1108	1109	1110
1111	1112	1113	1114	1115	1116
1117	1118	1119	1120	1121	1122
1123	1124	1125	1126	1127	1128
1129	1130	1131	1132	1133	1134
1135	1136	1137	1138	1139	1140
1141	1142	1143	1144	1145	1146
1147	1148	1149	1150	1151	1152
1153	1154	1155	1156	1157	1158
1159	1160	1161	1162	1163	1164
1165	1166	1167	1168	1169	1170
1171	1172	1173	1174	1175	1176
1177	1178	1179	1180	1181	1182
1183	1184	1185	1186	1187	1188
1189	1190	1191	1192	1193	1194
1195	1196	1197	1198	1199	1200
1201	1202	1203	1204	1205	1206
1207	1208	1209	1210	1211	1212
1213	1214	1215	1216	1217	1218
1219	1220	1221	1222	1223	1224
1225	1226	1227	1228	1229	1230
1231	1232	1233	1234	1235	1236
1237	1238	1239	1240	1241	1242
1243	1244	1245	1246	1247	1248
1249	1250	1251	1252	1253	1254
1255	1256	1257	1258	1259	1260
1261	1262	1263	1264	1265	1266
1267	1268	1269	1270	1271	1272
1273	1274	1275	1276	1277	1278
1279	1280	1281	1282	1283	1284
1285	1286	1287	1288	1289	1290
1291	1292	1293	1294	1295	1296
1297	1298	1299	1300	1301	1302
1303	1304	1305	1306	1307	1308
1309	1310	1311	1312	1313	1314
13					

$$\cos(2x) + 5\cos(5x) \quad \cos(2x) + 5\cos(5x)$$

Câu 14: Đáp án A.

$$\cos^2 x + 2\cos 3x \sin x - 2 = 0 \Leftrightarrow \cos^2 x + \sin(-2x) + \sin 4x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos^2 x - \sin 2x + \sin 4x - 2 = 0$$

Xét hàm số  $f(x) = \cos^2 x - \sin 2x + \sin 4x - 2$  trên  $(0; \pi)$  ta thấy  $f(x) < 0$

$\Rightarrow$  Phương trình đã cho vô nghiệm.

Casio : Các em dùng Table kiểm tra số nghiệm

MODE 7 COS ALPHA ) ) x<sup>2</sup> + 2 COS 3 ALPHA ) ) sin ALPHA ) ) - 2

$$f(X) = \cos^2(X) - \sin(2X) + \sin(4X) - 2$$

0 0 SHIFT x10<sup>2</sup> 0 SHIFT x10<sup>2</sup> 2 4 0

X	F(X)
1	-0.7009618943
2	-0.1308
3	-0.2617
4	-0.7009618943
5	-0.5235
6	-0.6544
7	-0.7853
8	-0.5235
9	-0.1308
10	-0.7009618943
11	-0.2617
12	-0.1308
13	-0.7009618943
14	-0.5235
15	-0.6544
16	-0.7853
17	-0.5235
18	-0.1308
19	-0.2617
20	-0.7009618943

Toàn bộ là âm, dấu không đổi nên phương trình không có nghiệm trên khoảng đã xét

Câu 15: Đáp án B.

Ta có:  $y = \frac{\cos x + a \sin x + 1}{\cos x + 2} = \frac{(\cos x + 2) + a \sin x - 1}{\cos x + 2} = 1 + \frac{a \sin x - 1}{\cos x + 2}$

Theo giả thiết:  $a \sin x - 1 = 0 \Rightarrow \sin x = \frac{1}{a}$  (1)

$y' = \frac{a + 2a \cos x - \sin x}{(\cos x + 2)^2} = 0 \Leftrightarrow a + 2a \cos x - \sin x = 0$  (2)

Từ (1) và (2) suy ra:  $a + 2a \sqrt{1 - \frac{1}{a^2}} - \frac{1}{a} = 0 \Leftrightarrow a = 1.$

Vậy có 1 giá trị duy nhất thỏa mãn là  $a=1$ .

Câu 16: Đáp án D.

Dãy  $(u_n)$ :  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = 2017u_n + 2018 \end{cases}$  không là cấp số cộng cũng không là cấp số nhân. Thật vậy,

ta xét  $u_{n+1} - u_n$  và  $\frac{u_{n+1}}{u_n}$

Có:  $u_{n+1} - u_n = 2017u_n + 2018 - u_n = 2016u_n + 2018$

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{2017u_n + 2018}{u_n} = 2017 + \frac{2018}{u_n}$$

Cả hai biểu thức đều không phải hằng số, vậy không tồn tại công bội hay công sai.

Câu 17: Đáp án A.

Xét các dãy  $(u_n)$ , ta có:

$$* \text{ Với } u_n = \frac{(2017-n)^{2018}}{n(2019-n)^{2017}} \Rightarrow \lim(u_n) = \frac{(-n)^{2018}}{n(-n)^{2017}} = -1.$$

$$* \text{ Với } u_n = n(\sqrt{n^2 + 2018} - \sqrt{n^2 + 2016}) \Rightarrow \lim(u_n) = \lim \frac{n(n^2 + 2018 - n^2 - 2016)}{\sqrt{n^2 + 2018} + \sqrt{n^2 + 2016}}$$

$$= \lim \frac{2n}{\sqrt{n^2 + 2018} + \sqrt{n^2 + 2016}} = \frac{2n}{\sqrt{n^2} + \sqrt{n^2}} = 1.$$

$$* \text{ Với } (u_n): \begin{cases} u_1 = 2017 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}(u_n + 1) \end{cases}, \text{ giả sử dãy } (u_n) \text{ có giới hạn hữu hạn, đặt } \lim(u_n) = a.$$

Từ công thức truy hồi  $u_{n+1} = \frac{1}{2}(u_n + 1)$  lấy giới hạn 2 vế ta được  $a = \frac{1}{2}(a + 1) \Leftrightarrow a = 1$ .

Vậy  $\lim(u_n) = 1$ .

\* Với  $u_n = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)}$

$= \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = 1 - \frac{1}{n+1} \Rightarrow \lim(u_n) = 1 - 0 = 1.$

Casio : Các em tính nhanh các giới hạn bằng casio riêng có cái đáp án A bậc cao thì các em tự giảm bậc xuống

$$\frac{(17-x)18}{x(18-x)17}$$

$$-1.000156654$$

Đến đây ta khoan luôn A được rồi, tuy nhiên anh hướng dẫn các em cách tính giới hạn các đáp án khác

Đáp án B

$$\sqrt{18 - \sqrt{x^2 + 2016}}$$

$$0.99899303$$

Đáp án D

$$\log_{10} \left( \frac{1}{1 - \frac{1}{10000}} \right)$$

$$\sum_{x=1}^{1000} \left( \frac{1}{x(x+1)} \right) = 0.999000999$$

Câu 18: Đáp án B.

Để  $f(x)$  liên tục tại  $x=1$  thì  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{2016} + x - 1}{\sqrt{2018x+1} - \sqrt{x+2018}} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2016x+1}{\frac{1009}{\sqrt{2018x+1}} - \frac{1}{2\sqrt{x+2018}}} = 2\sqrt{2019}$  Vậy

$$k = 2\sqrt{2019}.$$

Casio:

$$\frac{x^{2016} + x - 1}{\sqrt{2018x+1} - \sqrt{x+2018}}$$

$$= 2\sqrt{2019}$$

Câu 19: Đáp án A.

Bạn Nam chọn 3 trong 10 câu nên  $|\Omega| = C_{10}^3 = 120$ .

Gọi A: "Bạn Nam chọn ít nhất một câu hình học."

Xét biến cố đối của A là  $\bar{A}$ : "Bạn Nam không chọn câu hình học nào."  $\Rightarrow |\Omega_{\bar{A}}| = C_6^3 = 20$ .

Xác suất của  $\bar{A}$  là  $P(\bar{A}) = \frac{|\Omega_{\bar{A}}|}{|\Omega|} = \frac{20}{120} = \frac{1}{6} \Rightarrow P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$ .

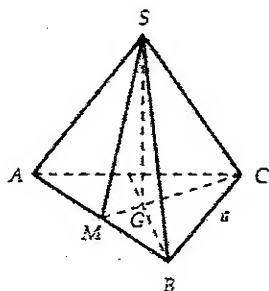
Câu 20: Đáp án C.





Để thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MEF) với tứ diện ABCD là một tứ giác khi MF cắt BD. Vậy ta có TH2, Th3.

Câu 24: Đáp án D.



Gọi G là trọng tâm của  $\Delta ABC$  và M là trung điểm của AB.

$$\text{Có } \tan \alpha = \frac{SG}{GM} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3}a}{\frac{1}{3} \frac{a\sqrt{3}}{4}} = 4\sqrt{2}.$$

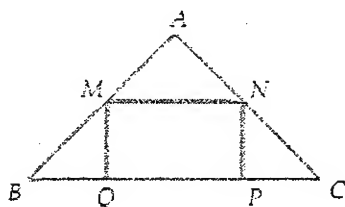
Câu 25: Đáp án D.

Thiết diện qua trục là tam giác đều nên hình nón đó có  $l = 2R \Rightarrow h = R\sqrt{3}$ .

$$\text{Lại có } V = \frac{\sqrt{3}}{3} \pi a^3 = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} \pi R^3 \sqrt{3} \Rightarrow R^3 = a^3 \Rightarrow R = a.$$

Vậy diện tích xung quanh của hình nón là:  $S_{xq} = \pi Rl = \pi a^2$ .

Câu 26: Đáp án D.



Đặt  $MN = PQ = x$ ,

$$\text{Có } \frac{MN}{BC} = \frac{AN}{AC} \Leftrightarrow \frac{a-2x}{a} = \frac{AN}{\frac{a\sqrt{2}}{2}} \Rightarrow AN = \frac{a-2x}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow NC = \frac{a}{\sqrt{2}} - \frac{a-2x}{\sqrt{2}} = x\sqrt{2}$$

$$NP = \sqrt{PC^2 + PN^2} = \sqrt{2x^2 + x^2} = x\sqrt{3}.$$

$$\text{Có } S_{xq} = S_{MNPQ} = x\sqrt{3}(a-2x).$$

$$\text{Xét hàm số } f(x) = x\sqrt{3}(a-2x) \text{ có } f_{\max} = f\left(\frac{a}{4}\right) = \frac{a^2\sqrt{3}}{8}.$$

Câu 27: Đáp án D.

Thể tích khối chóp S.ABC là:

$$V = \frac{1}{6} \cdot SA \cdot SB \cdot SC = \frac{a^3}{12} \Rightarrow SA = SB = SC = \frac{a}{\sqrt[3]{2}} \Rightarrow AB = BC = AC = a\sqrt[3]{2}$$

$$\text{Ta có: } S_{tp} = S_{SAB} + S_{SBC} + S_{SAC} + S_{ABC} = 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{a}{\sqrt[3]{2}} \right)^2 + \frac{(a\sqrt[3]{2})\sqrt{3}}{4} \cdot a^2(3 + \sqrt{3})$$

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3} r \cdot S_{tp} \Rightarrow r = \frac{3V}{S_{tp}} = \frac{3a^3}{12} : \frac{(3 + \sqrt{3})a^2}{2\sqrt[3]{4}} = \frac{a\sqrt[3]{4}}{2(3 + \sqrt{3})}$$

Câu 28: Đáp án C.

Để tỉ số lớn nhất thì  $V_2$  phải là thể tích của khối trụ có 2 đáy nằm trên 2 mặt của hình lập phương, và có chiều cao bằng độ dài cạnh của hình lập phương.

$$\text{Giả sử hình lập phương có cạnh bằng } a \text{ thì } V_1 = a^3 \text{ và } V_2 = a \cdot \left( \frac{a}{2} \right)^2 \pi = \frac{\pi}{4} \cdot a^3$$

$$\text{Vậy tỉ số lớn nhất } k = \frac{V_2}{V_1} = \frac{\pi}{4}$$

Câu 29: Đáp án A.

$$\text{H1 có thể tích là: } V_1 = 3a \left( \frac{3a}{\pi} \right)^2 \pi = \frac{27a^3}{\pi}$$

$$\text{H2 có thể tích là: } V_2 = 6a \left( \frac{3a}{2\pi} \right)^2 \pi = \frac{27a^3}{2\pi}$$

$$\text{H3 có thể tích là: } V_3 = 3a \cdot \frac{(2a)^2 \sqrt{3}}{4} = 3a^3 \sqrt{3}$$

$$\text{H4 có thể tích là: } V_4 = 6a \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3 \sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Vậy: } V_1 > V_3 > V_2 > V_4$$

Câu 30: Đáp án A.

Casio:

$$\log_3 7 \times \text{SHIFT} \text{RCL} 0.999$$
 $\log_3(7) \div 8$ 

1.771243749

$$\log_2(2016) - \frac{2A+E}{\text{Math}}$$

**Câu 31: Đáp án C.**

Điều kiện:  $\begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$

$$\text{C6: } \log_{2018} x \leq \log_x 2018 \Leftrightarrow \frac{\log_{2018}^2 x - 1}{\log_{2018} x} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < \log_{2018} x \leq 1 \\ \log_{2018} x \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 < x \leq 2018 \\ 0 < x \leq \frac{1}{2018} \end{cases}$$

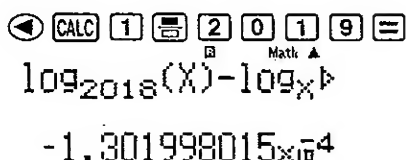
Casio : CALC các đáp án

Math  
 (X)-log<sub>x</sub>(2018)

Math ERROR Math

```
[AC] :Cancel
[←][→]:Goto
```

Loại A, D



$$\log_{2018}(X) - \log_X b = -1.301998015 \times 10^{-4}$$

Vậy khoảng C

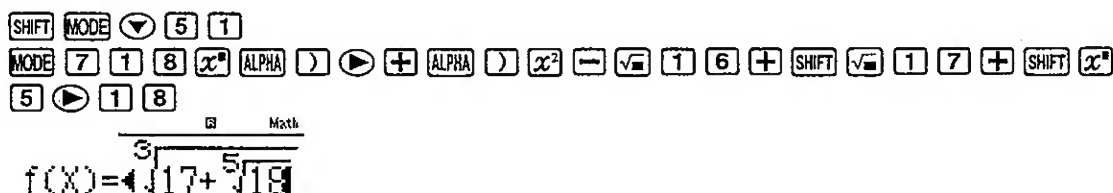
Câu 32: Đáp án B.

Xét hàm số  $f(x) = 2018^x + x^2$  có  $f'(x) = 2018^x + 2x$  và  $f''(x) = 2018^x \ln^2 2018 + 2 > 0$

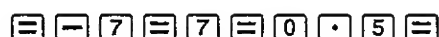
Vì  $f''(x) > 0$  nên  $f'(x) = 0$  có tối đa 1 nghiệm

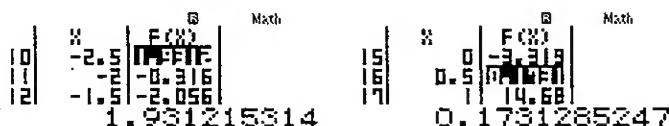
$\Rightarrow f'(x) = 0$  có tối đa 2 nghiệm. Lại có vẻ phải là hằng số lớn hơn cận dưới của  $f(x)$  nên phương trình đã cho có hai nghiệm.

Casio : Dùng Table kiểm tra số nghiệm, bậc cao nên các em tự giảm bậc nhé



$$f(X) = 4 \sqrt[3]{17 + 5 \sqrt[5]{18}}$$





Vậy phương trình này có 2 nghiệm do đổi dấu 2 lần

Câu 33: Đáp án B.

$$S = \frac{1}{\log_{ab} a} + \frac{1}{\log_{\sqrt{ab}} b} = \log_a ab + \log_b \left( a^{\frac{1}{4}} b^{\frac{1}{4}} \right)$$

$$S = 1 + \log_a b + \frac{1}{4} \log_b a + \frac{1}{4} = \frac{5}{4} + \log_a b + \frac{1}{4 \log_a b} \geq \frac{5}{4} + 2 \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{9}{4}$$

\* Do  $\begin{cases} a > 1 \\ b > 1 \end{cases} \Rightarrow \log_a b > \log_a 1 = 0$ .

\*  $S_{\min} = \frac{9}{4} \Leftrightarrow \log_a b = \frac{1}{4 \log_a b} \Leftrightarrow \log_a^2 b = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \log_a b = \frac{1}{2} \Leftrightarrow b = \sqrt{a} \Leftrightarrow a = b^2$ .

Casio : Chọn  $b = 1.5$  mình sẽ cho a chạy từ 1.1 đến 3 step 0.1=

MODE 7 1 log 1 5 ALPHA ) ALPHA ) + 1 log SHIFT x<sup>2</sup> 4  
1 5 ALPHA ) 1 5

$$f(X) = \frac{1}{1.5X}$$

1 1 3 0 1

2.250394934 2.250357603

9/4

2.25

Câu 34: Đáp án B.

Điều kiện:  $x > -3$ .

$$\log_2(x+3) + \log_2 x^2 = k \Leftrightarrow \log_2(x^3 + 3x^2) = k \Leftrightarrow x^3 + 3x^2 = 2^k$$

Xét hàm số  $f(x) = x^3 + 3x^2$  có  $f'(x) = 3x^2 + 6x$  có  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$

Bảng biến thiên:

$x$	$-\infty$	$-2$	$0$	$+\infty$		
$y'$		$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$y$		$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$		
	$-\infty$	$4$	$0$	$+\infty$		

Từ bảng biến thiên ta được  $\begin{cases} 2^k > 4 \\ 2^k < 0 \end{cases} \Leftrightarrow k > 2$ . Vậy tập hợp S các số thực k là  $S = (2; +\infty)$

Casio : Các em chọn các giá trị k đặc trưng ở các đáp án rồi dùng Table tìm số nghiệm

Xét k=1 đáp án D có A,B,C không có

MODE 7 log 2 ALPHA ) + 3 ALPHA ) x^2 = 1

$$f(X) = \log_2(X^2) - 1$$

= - 3 = 1 0 = 0 . 5 =

X	F(X)
-1.5	0.7548
-0.5	-1.678

0

X	F(X)
0.5	ERROR
1.5	-1.192

1

Các em thấy đổi dấu 2 lần tức là có 2 nghiệm, ta loại D, tiếp theo xét k=3 (B có)

f(X) = \log\_2(X^2) - 3

X	F(X)
0.5	ERROR
1.5	0.3338

- 1

Vậy B thỏa mãn

Câu 35: Đáp án B.

$$\int 2^{\sin x} 2^{\cos x} (\cos x - \sin x) dx = \int 2^{\sin x - \cos x} d(\sin x + \cos x) = \frac{2^{\sin x} 2^{\cos x}}{\ln 2} + C.$$

Xét đạo hàm các đáp án

Đáp án A

SHIFT ∫ 2 x^sin ALPHA ) ) + cos ALPHA ) ) ALPHA ) ) = 2 x^sin ALPHA ) )

) ) x 2 x^cos ALPHA ) ) ) ( cos ALPHA ) ) ) = sin ALPHA ) ) )

$$\frac{d}{dx}(2\sin(x) + \cos(x)) = \cos(x) - \sin(x)$$

$$\frac{d}{dx}(2\sin(x) + \cos(x)) = -0.3129569795$$

Đáp án B

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{2\sin(x) + \cos(x)}{\ln(2)}\right) = \frac{\cos(x) - \sin(x)}{\ln(2)}$$

Vậy đáp án B đúng

Câu 36: Đáp án C.

Đặt  $t = \sqrt[3]{x+1} \Leftrightarrow x = t^3 - 1 \Rightarrow dx = 3t^2 dt$ . Khi đó ta có  $\int \sqrt[3]{x+1} dx = \int t \cdot 3t^2 dt = \frac{3}{4} t^4 + C$

Đổi biến, ta được  $F(x) = \frac{3}{4}(x+1)\sqrt[3]{x+1} + C$ .

Casio: Các em làm tương tự như bài trên

Câu 37: Đáp án C.

Đặt  $\sqrt{x} = t \Leftrightarrow x = t^2 \Rightarrow dx = 2t dt$

Từ đó suy ra:  $I = \int_1^4 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx = \int_1^2 \frac{f(t)}{t} \cdot 2t dt = 2 \int_1^2 f(t) dt = 2 \int_1^2 f(x) dx = 4$ .

Casio :

Ta sẽ chọn 1 hàm đơn giản thỏa mãn  $\int_1^2 f(x) dx = 2$  trước hết các em tính



$$\int_1^2 x dx = \frac{3}{2}$$

Sau đó chia cho kết quả này để ra 1 rồi nhân với số mà tác giả cho

$$\int_1^2 \frac{x}{1.5} \times 2 dx = 2$$

$f(\sqrt{x})$  thì các em thay  $\sqrt{x}$  vào chỗ  $x$

$$\int_1^4 \frac{2\sqrt{x}}{1.5} \times \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 4$$

Câu 38: Đáp án A.

Cách 1: Đặt  $t = -x \Rightarrow dt = -dx$ . Đổi cận  $x = -1 \Rightarrow t = 1; x = 1 \Rightarrow t = -1$ . Ta được:

$$I = \int_{-1}^1 \frac{1}{1+e^x} f(x) dx = - \int_1^{-1} \frac{1}{1+e^{-t}} f(-t) dt = \int_{-1}^1 \frac{e^t}{1+e^t} f(t) dt = \int_{-1}^1 \frac{e^x}{1+e^x} f(x) dx.$$

$$\text{Do đó: } 2I = \int_{-1}^1 \frac{1}{1+e^x} f(x) dx + \int_{-1}^1 \frac{e^x}{1+e^x} f(x) dx = \int_{-1}^1 f(x) dx = 4 \Rightarrow I = 2$$

Cách 2: Chọn  $h(x) = x^2$  là hàm chẵn. Ta có  $\int_{-1}^1 x^2 dx = \frac{2}{3}$ , do đó  $f(x) = \frac{4}{\frac{2}{3}} h(x) = 6x^2$ .

$$\text{Khi đó } \int_{-1}^1 \frac{f(x)}{1+e^x} dx = \int_{-1}^1 \frac{6x^2}{1+e^x} dx = 2.$$

Lưu ý: Với cách làm này, các em chỉ cần nắm rõ nguyên tắc tìm một hàm số đại diện cho lớp hàm số thỏa mãn giả thuyết bài toán là có thể dễ dàng tìm được kết quả bài toán bằng máy tính hoặc bằng các phương pháp cơ bản với hàm số  $y = f(x)$  khá đơn giản. Đối với bài toán này ta có thể chọn các hàm số  $h(x) = 1$  cho đơn giản hơn nữa.

Casio:

Các em lấy hàm chẵn cơ bản là  $x^2$

$$\int_{-1}^1 x^2 dx = \frac{2}{3} \int_{-1}^1 \frac{2x^2}{2+3} dx = 2 \int_{-1}^1 \frac{2x^2}{2+3} \times \frac{1}{1+e^x} dx = 1$$

Câu 39: Đáp án D.

$$\begin{aligned} \text{Đặt } \begin{cases} u = \ln x \\ dv = f'(x) dx \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} du = \frac{dx}{x} \\ v = f(x) \end{cases} \Rightarrow \int_1^e f'(x) \ln x dx = f(x) \ln x \Big|_1^e - \int_1^e \frac{f(x)}{x} dx \\ &= f(e) - \int_1^e \frac{f(x)}{x} dx = 1 - 1 = 0. \end{aligned}$$

Câu 40: Đáp án A.

Parabol có phương trình là  $y = x^2$ .

Thể tích vật thể tròn xoay tạo bởi hình (H) quay quanh trục Ox bằng:

$$V = \pi \int_0^2 f^2(x) dx - \frac{1}{3} \pi \cdot 1 \cdot 4^2 = \pi \int_0^2 x^4 dx - \frac{16\pi}{3} = \frac{16\pi}{15}.$$

Câu 41: Đáp án B.

Có:  $M(0; -1), N(2; 1), P(5; 0), Q(1; 4)$ .

Từ công thức trọng tâm ta có  $N(2; 1)$  chính là trọng tâm của tam giác tạo bởi 3 điểm còn lại.

Câu 42: Đáp án D.

Ta có:  $(1+i)^6 = -8i$  là số thuần ảo.

Câu 43: Đáp án D.

Xét phương trình  $z^2 - 2z + 1 - m = 0$  có  $\Delta' = m$ .

\* Trường hợp 1:  $m > 0$  thì:

$z = 2$  là nghiệm  $\Rightarrow m = 1$ .

$z = -2$  là nghiệm  $\Rightarrow m = 9$ .

\* Trường hợp 2:  $m = 0 \Rightarrow z = 1$  (loại).

\* Trường hợp 3:  $m < 0 \Rightarrow z_{1,2} = 1 \pm i\sqrt{m}$ .

$$|z| = \sqrt{1+m} = 2 \Leftrightarrow |m| = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 \text{ (loại)} \\ m = -3 \end{cases} \quad \text{Vậy } m = 1; m = 9; m = -3.$$

Casio: Các em thay m vào rồi giải ra nghiệm kiểm tra  $Abs(z)$

Câu 44: Đáp án B.

Vì  $|z + m| = |z - 1 + m| \Leftrightarrow |z - (-m)| = |z - (1 - m)|$  nên điểm M biểu diễn số phức z thuộc đường trung trực của  $A(-m; 0)$  và  $B(1 - m; 0)$ . Do đó điểm M thuộc đường thẳng  $x = \frac{1}{2} - m$ .  $|z - z'|$  nhỏ nhất  $\Leftrightarrow M \equiv N(1; 1)$  (N là điểm biểu diễn số phức  $z'$ ) nên  $m = -\frac{1}{2}$ .

Câu 45: Đáp án B.

Ta có:  $\overline{BC} = (-2; 2; -2); \overline{AB} = (1; -1; 1)$

Từ đó suy ra  $BC = |\overline{BC}| = 2\sqrt{3} = 2|\overline{AB}| = 2AB \Rightarrow$  Khẳng định I là đúng.

Có  $\overline{BC} = -2\overline{AB} \Rightarrow 3$  điểm A, B, C thẳng hàng và điểm A thuộc đoạn BC. Từ đó suy ra khẳng định IV đúng và II, III là sai.

Vậy có tất cả 2 khẳng định đúng.

Câu 46: Đáp án C.

$d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-7}{1} = \frac{z-3}{4}$  đi qua điểm  $M(1; 7; 3)$  và có một vectơ chỉ phương là  $\overline{u}_1 = (2; 1; 4)$ .

Giao tuyến  $d_2$  của 2 mặt phẳng  $2x + 3y - 9 = 0, y + 2z + 5 = 0$  là:  $\frac{x-12}{3} = \frac{y+5}{-2} = \frac{z}{1}$  qua

$M'(12; -5; 0)$  và có một vectơ chỉ phương là  $\overline{u}_2(3; -2; 1)$ .

Ta có  $[\overline{u_1}, \overline{u_2}] = (9; 10; 7) \neq 0$ . Xét tiếp  $[\overline{u_1}, \overline{u_2}] \cdot \overline{MM'} = 9.11 + 10.(-12) - 7.(-3) = 0$  vậy  $d_1$  và  $d_2$  cắt nhau.

Câu 47: Đáp án A.

Gọi  $O$  là tâm của mặt cầu  $(S)$ , vì  $O \in (d) \Rightarrow O(t; 1+t; 2+t)$ .

$$d(O; (P)) = d(O; (Q)) \Leftrightarrow \frac{|2t - (2+t) - 4|}{\sqrt{2^2 + 0^2 + (-1)^2}} = \frac{|t - 2(1+t) - 2|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 0^2}} \Leftrightarrow |t - 6| = |-t - 4| \Leftrightarrow t = 1.$$

Khi đó  $O(1; 2; 3)$  và  $R = d(O; (P)) = d(O; (Q)) = \sqrt{5}$ . Vậy  $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 5$ .

Câu 48: Đáp án C.

Casio: Thử các đáp ứng, ta được  $M(1; 2; 0)$  thỏa mãn đề bài.

Câu 49: Đáp án A.

Gọi  $\alpha$  là góc giữa 2 mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$ , có:

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= |\cos(\overline{n_p}; \overline{n_q})| = \frac{|\overline{n_p} \cdot \overline{n_q}|}{|\overline{n_p}| \cdot |\overline{n_q}|} \\ &= \frac{|1.1 + 2m - 2(m-2)|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2} \cdot \sqrt{1^2 + m^2 + (m-1)^2}} = \frac{3}{3\sqrt{1+2m^2-2m+1}} = \frac{1}{\sqrt{2(m^2-m+1)}} \end{aligned}$$

$$\text{Ta có } \cos \alpha_{\max} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}.$$

Với  $m = \frac{1}{2}$  thì  $(Q): x + \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z + 2017 = 0$ . Lúc này  $(Q)$  sẽ chứa điểm  $M(-2017; 1; 1)$ .

Câu 50: Đáp án B.

Gọi  $A, B$  là 2 điểm nút của mặt phẳng vuông góc chung với  $A \in d_1, B \in d_2$ .

$$\text{Có: } A(4-2a; a; 3), B(1; b; -b) \Rightarrow \overline{AB} = (2a-3; b-a; -b-3).$$

Ta có hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} AB \perp d_1 \\ AB \perp d_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overline{AB \cdot d_1} = 0 \\ \overline{AB \cdot d_2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2(2a-3) + 1(b-a) + 0(-b-3) = 0 \\ 0(2a-3) + 1(b-a) - 1(-b-3) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \end{cases}$$

Vậy  $A(2;1;3), B(1;-1;1)$ .

Khi đó tâm I của mặt cầu là trung điểm AB  $\Rightarrow I\left(\frac{3}{2}; 0; 2\right)$ . Bán kính mặt cầu là

$$R = IA = IB = \frac{3}{2}.$$

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là:  $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + y^2 + (z - 2)^2 = \frac{9}{4}$ .

CASIO LUYỆN ĐỀ THPT QG

KỲ THI THPT QUỐC GIA NĂM 2018

ĐỀ THI THAM KHẢO

Bài Thi : Toán

Đề Luyện Tập Số 4

Thời gian làm bài: 90 phút

Câu 1: Cho dãy số  $(x_n)$  thỏa mãn  $x_1 = 40$  và  $x_n = 1,1x_{n-1}$  với mọi  $n = 2, 3, 4$ . Tìm giá trị  $S = x_1 + x_2 + \dots + x_{12}$  (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)

- A. 855,4      B. 855,3      C. 741,2      D. 741,3

Câu 2: Xác định  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x^2}$

- A. 0      B.  $-\infty$       C. Không tồn tại      D.  $+\infty$

Câu 3: Cho  $f(x) = \sqrt{1+3x} - \sqrt[3]{1+2x}$ ;  $g(x) = \sin x$ . Tính giá trị của  $\frac{f'(0)}{g'(0)}$

- A.  $\frac{5}{6}$       B.  $-\frac{5}{6}$       C. 0      D. 1

Câu 4: Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang đáy lớn  $CD$ . Gọi  $M$  là trung điểm của cạnh  $SA$ ,  $N$  là giao điểm của cạnh  $SB$  và mặt phẳng  $(MCD)$ . Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- A.  $MN$  và  $SD$  cắt nhau      B.  $MN \parallel CD$   
C.  $MN$  và  $SC$  cắt nhau      D.  $MN$  và  $CD$  chéo nhau

Câu 5: Đồ thị các hàm số  $y = \frac{4x+4}{x-1}$  và  $y = x^2 - 1$  cắt nhau tại bao nhiêu điểm?

- A. 0      B. 1      C. 2      D. 3

Câu 6: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \frac{1}{x^3} - \frac{1}{x}$  khi  $x > 0$

- A.  $\frac{2\sqrt{3}}{9}$       B.  $-\frac{1}{4}$       C. 0      D.  $-\frac{2\sqrt{3}}{9}$

Câu 7: Cho  $\log_a x = 2, \log_b x = 3$  với  $a, b$  là các số thực lớn hơn 1. Tính  $P = \log_{\frac{a}{b}} x$

- A. 6      B. -6      C.  $\frac{1}{6}$       D.  $-\frac{1}{6}$

Câu 8: Tính môđun số phức nghịch đảo của số phức  $z = (1-2i)^2$

- A.  $\frac{1}{\sqrt{5}}$       B.  $\sqrt{5}$       C.  $\frac{1}{25}$       D.  $\frac{1}{5}$

Câu 9: Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , tính khoảng cách từ điểm  $M(1;3;2)$  đến

$$\text{đường thẳng } \begin{cases} x=1+t \\ y=1+t \\ z=-t \end{cases}$$

A.  $\sqrt{2}$

B. 2

C.  $2\sqrt{2}$

D. 3

Câu 10: Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , viết phương trình đường vuông góc

chung của hai đường thẳng  $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+4}{-5}$ ;  $d': \frac{x+1}{3} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-4}{-1}$

A.  $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$

B.  $\frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$

C.  $\frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{2}$

D.  $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-1}$

Câu 11: Tìm số nghiệm thuộc  $\left[-\frac{3\pi}{2}; -\pi\right]$  của phương trình  $\sqrt{3} \sin x = \cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2x\right)$

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

Câu 12: Tìm tất cả các giá trị của tham số thực  $m$  sao cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} 2\sqrt{x} - m, & x \geq 0 \\ mx + 2, & x < 0 \end{cases}$

liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

A.  $m = 2$

B.  $m = \pm 2$

C.  $m = -2$

D.  $m = 0$

Câu 13: Số tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = \frac{x^3}{x-2} - 27$  song song với trục hoành là

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

Câu 14: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ  $Oxy$ , cho  $\Delta ABC$  có  $A(2;4), B(5;1), C(-1;-2)$ . Phép tịnh tiến  $T_{BC}$  biến  $\Delta ABC$  thành  $\Delta A'B'C'$ . Tìm tọa độ trọng tâm của  $\Delta A'B'C'$ .

A.  $(-4;2)$

B.  $(4;2)$

C.  $(4;-2)$

D.  $(-4;-2)$

Câu 15: Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số  $y = \frac{\sqrt{x+1}}{|x|-1}$

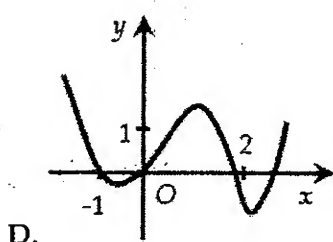
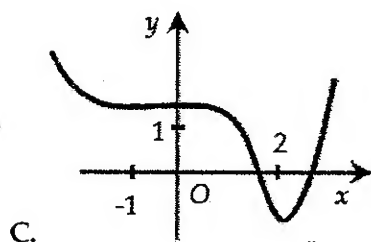
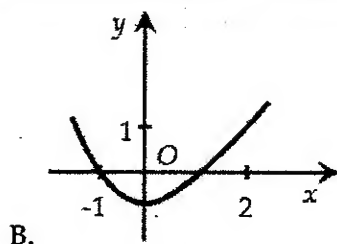
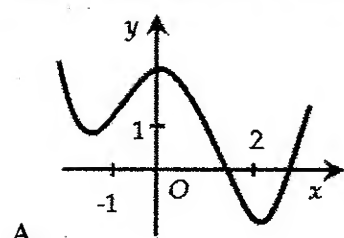
A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

Câu 16: Một trong số các đồ thị dưới đây là đồ thị của hàm số  $g(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $g'(0) = 0$ ,  $g''(x) < 0, \forall x \in (-1;2)$ . Hỏi đó là đồ thị nào?



Câu 17: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình  $\frac{\log_2 \frac{x}{2}}{\log_2 x} - \frac{\log_2 x^2}{\log_2 x - 1} \leq 1$

A.  $\left(0; \frac{1}{2}\right] \cup (1; \sqrt{2}] \cup (2; +\infty)$

B.  $\left(0; \frac{1}{2}\right] \cup (1; \sqrt{2}]$

C.  $\left(0; \frac{1}{2}\right] \cup [2; +\infty)$

D.  $\left(0; \frac{1}{2}\right] \cup [1; +\infty)$

Câu 18: Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sqrt{x} \ln x$

A.  $\int f(x) dx = \frac{1}{9} x^{\frac{1}{2}} (3 \ln x - 2) + C$

B.  $\int f(x) dx = \frac{2}{3} x^{\frac{1}{2}} (3 \ln x - 2) + C$

C.  $\int f(x) dx = \frac{2}{9} x^{\frac{1}{2}} (3 \ln x - 1) + C$

D.  $\int f(x) dx = \frac{2}{9} x^{\frac{1}{2}} (3 \ln x - 2) + C$

Câu 19: Tìm công thức tính thể tích của khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi parabol (P):  $y = x^2$  và đường thẳng d:  $y = 2x$  quay xung quanh trục Ox

A.  $\pi \int_0^2 (x^2 - 2x)^2 dx$

B.  $\pi \int_0^2 4x^2 dx - \pi \int_0^2 x^4 dx$

C.  $\pi \int_0^2 4x^2 dx + \pi \int_0^2 x^4 dx$

D.  $\pi \int_0^2 (2x - x^2) dx$

Câu 20: Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $f(\tan x) = \cos^4 x, \forall x \in \mathbb{R}$ . Tính

$I = \int_0^1 f(x) dx$



A.  $\frac{2+\pi}{8}$

B. 1

C.  $\frac{2+\pi}{4}$

D.  $\frac{\pi}{4}$

Câu 21: Có bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn  $|z| = |z + \bar{z}| = 1$ ?

A. 0

B. 1

C. 4

D. 3

Câu 22: Tập hợp các điểm biểu diễn số phức  $z$  thỏa mãn  $2|z-1| = |z+\bar{z}+2|$  trên mặt phẳng tọa độ là một

A. đường thẳng

B. đường tròn

C. parabol

D. hypebol

Câu 23: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng  $a$  và chiều cao bằng  $h$ . Tính thể tích  $V$  của khối lăng trụ tam giác đều nội tiếp hình trụ đã cho

A.  $V = \frac{\sqrt{3}a^2h}{4}$

B.  $V = \frac{3\sqrt{3}a^2h}{4}$

C.  $V = \frac{\pi}{3} \left( h^2 + \frac{4a^2}{3} \right) \sqrt{\frac{h^2}{4} + \frac{a^2}{3}}$

D.  $V = \frac{3\sqrt{3}\pi a^2h}{4}$

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(0;-2;-1)$ ,  $B(-2;-4;3)$ ,  $C(1;3;-1)$  và mặt phẳng  $(P): x+y-2z-3=0$ . Tìm điểm  $M \in (P)$  sao cho  $|\overline{MA} + \overline{MB} + 2\overline{MC}|$  đạt giá trị nhỏ nhất

A.  $M\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; -1\right)$

B.  $M\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; 1\right)$

C.  $M(2; 2; -4)$

D.  $M(-2; -2; 4)$

Câu 25: Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): x+2y+z-4=0$  và đường thẳng  $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3}$ . Viết phương trình đường thẳng  $\Delta$  nằm trong mặt phẳng  $(P)$ , đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng  $d$

A.  $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$

B.  $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-3}$

C.  $\frac{x-1}{5} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{2}$

D.  $\frac{x+1}{5} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{3}$

Câu 26: Có bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau trong đó chứa các chữ số 3, 4, 5 và chữ số 4 đứng cạnh chữ số 3 và chữ số 5?

A. 1470

B. 750

C. 2940

D. 1500

Câu 27: Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$  và  $M$  là trung điểm của  $SC$ . Gọi  $K$  là giao điểm của  $SD$  với mặt phẳng  $(AGM)$ . Tính tỷ số  $\frac{KS}{KD}$

- A.  $\frac{1}{2}$       B.  $\frac{1}{3}$       C. 2      D. 3

Câu 28: Cho tứ diện đều  $ABCD$  cạnh bằng  $a$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $CD$ . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AC$  và  $BM$

- A.  $\frac{a\sqrt{22}}{11}$       B.  $\frac{a\sqrt{2}}{3}$       C.  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$       D.  $a$

Câu 29: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = x^3 - 3mx^2 - 9m^2x$  nghịch biến trên  $(0;1)$

- A.  $m > \frac{1}{3}$       B.  $m < -1$       C.  $m > \frac{1}{3}$  hoặc  $m < -1$       D.  $-1 < m < \frac{1}{3}$

Câu 30: Phương trình  $|x^2 - 2x|(|x| - 1) = m$  (với  $m$  là tham số thực) có tối đa bao nhiêu nghiệm thực?

- A. 3      B. 4      C. 5      D. 6

Câu 31: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để phương trình  $\log_3^2 x - 3\log_3 x + 2m - 7 = 0$  có hai nghiệm thực  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $(x_1 + 3)(x_2 + 3) = 72$

- A.  $m = \frac{61}{2}$       B.  $m = 3$       C. Không tồn tại      D.  $m = \frac{9}{2}$

Câu 32: Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}^+$  thỏa mãn  $f'(x) \geq x + \frac{1}{x}, \forall x \in \mathbb{R}^+$  và  $f(1) = 1$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $f(2)$

- A. 3      B. 2      C.  $\frac{5}{2} + \ln 2$       D. 4

Câu 33: Cho hình phẳng  $D$  giới hạn bởi đường cong  $y = e^{x-1}$ , cắt trục tọa độ và phần đường thẳng  $y = 2 - x$  với  $x \geq 1$ . Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay  $D$  quanh trục hoành

- A.  $V = \pi \left( \frac{1}{3} + \frac{e^2 - 1}{2e^2} \right)$       B.  $V = \frac{\pi(5e^2 - 3)}{6e^2}$       C.  $V = \frac{1}{2} + \frac{e-1}{e} \pi$       D.  $V = \frac{1}{2} + \frac{e^2 - 1}{2e^2}$

Câu 34: Cho khối lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác cân với  $AB = AC = a$ ,  $\angle BAC = 120^\circ$ , mặt phẳng  $(A'BC')$  tạo với đáy một góc  $60^\circ$ . Tính thể tích  $V$  của khối lăng trụ đã cho

- A.  $V = \frac{3a^3}{8}$       B.  $V = \frac{9a^3}{8}$       C.  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$       D.  $V = \frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$

Câu 35: Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , xét đường thẳng  $\Delta$  đi qua điểm  $A(0;0;1)$  và vuông góc với mặt phẳng  $Ozx$ . Tính khoảng cách nhỏ nhất giữa điểm  $B(0;4;0)$  tới điểm  $C$  trong đó  $C$  là điểm cách đều đường thẳng  $\Delta$  và trục  $Ox$

- A.  $\frac{1}{2}$       B.  $3\sqrt{2}$       C.  $\sqrt{6}$       D.  $\frac{\sqrt{65}}{2}$

Câu 36: Mỗi lượt ta gieo một con xúc sắc (loại 6 mặt, cân đối) và một đồng xu (cân đối). Tính xác suất để trong 3 lượt gieo như vậy, có ít nhất một lượt gieo được kết quả con xúc sắc xuất hiện mặt 1 chấm, đồng thời đồng xu xuất hiện mặt sấp

- A.  $\frac{397}{1728}$       B.  $\frac{1385}{1728}$       C.  $\frac{1331}{1728}$       D.  $\frac{1603}{1728}$

Câu 37: Một người gửi tiết kiệm ngân hàng theo hình thức gửi góp hàng tháng. Lãi suất tiết kiệm gửi góp cố định  $0,55\%$  / tháng. Lần đầu tiên người đó gửi  $2,000,000$  đồng. Cứ sau mỗi tháng người đó gửi nhiều hơn số tiền đã gửi tháng trước đó là  $200,000$  đồng. Hỏi sau 5 năm (kể từ lần gửi đầu tiên) người đó nhận được tổng số tiền cả vốn lẫn lãi là bao nhiêu?

- A. 618,051,620 đồng      B. 484,692,514 đồng  
C. 597,618,514 đồng      D. 539,447,312 đồng

Câu 38: Cho tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$  và điểm  $M$  nằm trong tam giác sao cho  $MA = 1$ ,  $MB = 2$ ,  $MC = \sqrt{2}$ . Tính góc  $AMC$ .

- A.  $135^\circ$       B.  $120^\circ$       C.  $160^\circ$       D.  $150^\circ$

Câu 39: Cho hai tam giác  $ACD$  và  $BCD$  nằm trên hai mặt phẳng vuông góc với nhau và  $AC = AD = BC = BD = a$ ,  $CD = 2x$ . Tính giá trị của  $x$  sao cho hai mặt phẳng  $(ABC)$  và  $(ABD)$  vuông góc với nhau

- A.  $\frac{a}{2}$       B.  $\frac{a}{3}$       C.  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$       D.  $\frac{a\sqrt{2}}{3}$

Câu 40: Có bao nhiêu điểm  $M$  thuộc đồ thị  $(C)$  của hàm số  $y = x(x^2 - 3)$  sao cho tiếp tuyến tại  $M$  của  $(C)$  cắt  $(C)$  và trục hoành lần lượt tại hai điểm phân biệt  $A$  (khác  $M$ ) và  $B$  sao cho  $M$  là trung điểm của  $AB$ ?

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

Câu 41: Hàm số  $y = f(x)$  có đúng 3 cực trị là  $-2; -1; 0$ . Hỏi hàm số  $y = f(x^2 - 2x)$  có bao nhiêu cực trị

A. 3

B. 4

C. 5

D. 6

Câu 42: Xét các số thực dương  $x, y$  thỏa mãn  $\log_{\sqrt{5}} \frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2} = x(x-3) + y(y-3) + xy$ .

Tìm giá trị lớn nhất  $P_{\max}$  của  $P = \frac{3x+2y+1}{x+y+6}$

A. 3

B. 2

C. 1

D. 4

Câu 43: Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các giá trị của  $m$  sao cho  $10m \in \mathbb{Z}$  và phương trình  $2\log_{m-3}(2x^2 - 5x + 4) = \log_{\sqrt{m-3}}(x^2 + 2x - 6)$  có nghiệm duy nhất. Tìm số phần tử của  $S$

A. 15

B. 14

C. 13

D. 16

Câu 44: Xét hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên miền  $D = [a; b]$  có đồ thị là một đường cong  $C$ . Gọi  $S$  là phần giới hạn bởi  $C$  và các đường thẳng  $x = a, x = b$ . Người ta chứng minh được rằng độ dài đường cong  $S$  bằng  $\int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$ . Theo kết quả trên, độ dài đường cong  $S$

là phần đồ thị của hàm số  $f(x) = \ln x$  bị giới hạn bởi các đường thẳng  $x = 1, x = \sqrt{3}$  là  $m = \sqrt{m} + \ln \frac{1 + \sqrt{m}}{\sqrt{n}}$  với  $m, n \in \mathbb{R}$  thì giá trị của  $m^2 - mn + n^2$  là bao nhiêu?

A. 6

B. 7

C. 3

D. 1

Câu 45: Tìm giá trị lớn nhất của  $P = |z^2 - z| + |z^2 + z + 1|$  với  $z$  là số phức thỏa mãn  $|z| = 1$

A.  $\sqrt{3}$

B. 3

C.  $\frac{13}{4}$

D. 5

Câu 46: Xét khối đa diện  $ABCD$  có cạnh  $AB = 2\sqrt{3}$  và các cạnh còn lại đều bằng  $x$ . Tìm  $x$  để thể tích khối tứ diện  $ABCD$  bằng  $2\sqrt{2}$

A.  $x = \sqrt{6}$

B.  $x = 2\sqrt{2}$

C.  $x = 3\sqrt{2}$

D.  $x = 2\sqrt{3}$

Câu 47: Cho tứ diện đều  $ABCD$  có cạnh bằng  $a$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trọng tâm của các tam giác  $ABD, ABC$  và  $E$  là điểm đối xứng với  $B$  qua điểm  $D$ . Mặt phẳng  $(MNE)$  chia khối tứ diện  $ABCD$  thành hai khối đa diện, trong đó khối đa diện chứa đỉnh  $A$  có thể tích  $V$ . Tính  $V$

A.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{96}$

B.  $\frac{3a^3\sqrt{2}}{80}$

C.  $\frac{4a^3\sqrt{2}}{135}$

D.  $\frac{9a^3\sqrt{2}}{320}$

Câu 48: Trong tất cả các khối chóp tứ giác đều ngoại tiếp mặt cầu có bán kính bằng  $a$ , tính thể tích  $V$  của khối chóp có thể tích nhỏ nhất

A.  $V = \frac{8a^3}{3}$

B.  $V = \frac{10a^3}{3}$

C.  $2a^3$

D.  $V = \frac{32a^3}{3}$

Câu 49: Cho tứ diện  $ABCD$  có tam giác  $ABC$  là tam giác cân với  $BAC = 120^\circ$ ,  $AB = AC = a$ . Hình chiếu của  $D$  trên mặt phẳng  $ABC$  là trung điểm của  $BC$ . Tính bán kính  $R$  của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện  $ABCD$  biết thể tích của tứ diện  $ABCD$  là  $V = \frac{a^3}{16}$

A.  $R = \frac{\sqrt{91}a}{8}$

B.  $R = \frac{a\sqrt{13}}{4}$

C.  $R = \frac{13a}{2}$

D.  $R = 6a$

Câu 50: Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $f(x) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) = 3x$

Tính tích phân :  $I = \int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{f(x)}{x} dx$

A.  $I = \frac{1}{2}$

B.  $I = \frac{5}{2}$

C.  $I = \frac{3}{2}$

D.  $I = \frac{7}{2}$

----- HẾT -----

**Bảng đáp án**

1.A	2.D	3.A	4.B	5.C	6.D	7.B	8.D	9.C	10.A
11.B	12.C	13.B	14.D	15.D	16.A	17.A	18.D	19.D	20.A
21.C	22.C	23.B	24.A	25.A	26.D	27.A	28.A	29.C	30.D
31.D	32.C	33.A	34.D	35.A	36.A	37.D	38.A	39.C	40.D
41.B	42.C	43.A	44.D	45.C	46.B	47.C	48.D	49.A	50.C

**Giải Chi Tiết**

**Câu 1: Đáp án A.**

Ta có:  $S = x_1 + x_2 + \dots + x_{12} = x_1 + 1,1x_1 + 1,1^2x_1 + \dots + 1,1^{11}x_1$

$$= x_1(1 + 1,1 + 1,1^2 + \dots + 1,1^{11}) = 40 \cdot \frac{1 - 1,1^{12}}{1 - 1,1} = 855,4$$

Lưu ý: Nếu  $u_n$  là một cấp số nhân với công bội  $q \neq 1$  thì  $S_n$  được tính theo công thức

$$S_n = \frac{u_n(1 - q^n)}{1 - q}$$

Casio : tính tổng cấp số nhân thôi mà các em

SHIFT log 4 0 X 1 . 1 x^n ALPHA ) - 1 v 1 ^ 1 2 =

$$\sum_{x=1}^{12} (40 \times 1,1^{x-1})$$

855.3713507

**Câu 2: Đáp án D.**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{|x|}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = +\infty$  và  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x|}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-1}{x} = +\infty$  nên  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x^2} = +\infty$

Casio :

SHIFT hyp ALPHA ) v ALPHA ) x^2

CALC 1 0 x^n - 9 ) =

$$\frac{|x|}{x^2}$$

$$\frac{|x|}{x^2}$$

1000000000

**Câu 3: Đáp án A.**

Ta có:  $f(x) = \sqrt{1+3x} - \sqrt[3]{1+2x} \Rightarrow f'(x) = \frac{3}{2\sqrt{1+3x}} - \frac{2}{3\sqrt[3]{1+2x}} \Rightarrow f'(0) = \frac{5}{6}$

Lại có:  $g(x) = \sin x \Rightarrow g'(x) = \cos x \Rightarrow g'(0) = 1$

Vậy  $\frac{f'(x)}{g'(x)} = \frac{5}{6}$ .

Casio:

$\left[ \frac{\sqrt{1+3x} - \sqrt[3]{1+2x}}{\sin(x)} \right]_{x=0} \rightarrow \frac{d}{dx} (\sin(x)) \Big|_{x=0} = \frac{5}{6}$

$\frac{d}{dx} (\sin(x)) \Big|_{x=0} = 0.8333333333$  0.8(3)

Câu 4: Đáp án B.

Ta có:  $\begin{cases} M \in (MCD) \\ M \in (SAB) \end{cases} \Rightarrow (MCD) \cap (SAB) = \Delta$  (với  $\Delta$  là đường thẳng qua  $M$  và  $\Delta // AB // CD$ )

$\Rightarrow (MCD) \cap SB = SB \cap \Delta = \{N\} \Rightarrow MN // AB // CD$

Câu 5: Đáp án C.

Xét phương trình hoành độ giao điểm:  $\frac{4x+4}{x-1} = x^2 - 1 \Leftrightarrow (x+1) \left( \frac{4}{x-1} - (x-1) \right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$

Vậy đồ thị hai hàm số đã cho cắt nhau tại 2 điểm.

Casio: dùng Solve nhé các em

Câu 6: Đáp án D.

Ta có  $y = \frac{1}{x^3} - \frac{1}{x} \Rightarrow y' = \frac{-3}{x^4} + \frac{1}{x^2}$  ;  $y' = 0 \Leftrightarrow x^4 = 3x^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \sqrt{3} \\ x = -\sqrt{3} \end{cases}$

Vì  $x > 0$  nên  $x = \sqrt{3}$ . Ta có  $y(\sqrt{3}) = -\frac{2\sqrt{3}}{9}$ .

Casio: Dùng Table

$\text{MODE} \rightarrow 7 \rightarrow 1 \rightarrow \text{ALPHA} \rightarrow \text{SHIFT} \rightarrow x^2 \rightarrow - \rightarrow 1 \rightarrow \text{ALPHA} \rightarrow \text{TABLE}$

$$f(x) = \frac{1}{x^3} - \frac{1}{x^2}$$

Các em lấy kết quả xấp xỉ thôi nhé

Câu 7: Đáp án B.

Ta có:  $\log_a x = 2 \Rightarrow a = \sqrt{x}$  ;  $\log_b x = 3 \Rightarrow b = \sqrt[3]{x}$

Thay vào biểu thức, ta được:  $\log_{\frac{a}{b^2}} x = \log_{\frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}^2}} x = -6$

Casio: Chọn  $x = 3 \rightarrow a = \sqrt{3} \rightarrow b = \sqrt[3]{3}$

Câu 8: Đáp án D.

Ta có:  $z = (1-2i)^2 = -3-4i \Rightarrow \frac{1}{z} = -\frac{3}{25} + \frac{4}{25}i$

Từ đó suy ra  $\left| \frac{1}{z} \right| = \left| -\frac{3}{25} + \frac{4}{25}i \right| = \sqrt{\left( -\frac{3}{25} \right)^2 + \left( \frac{4}{25} \right)^2} = \frac{1}{5}$

Casio:

Câu 9: Đáp án C.

Gọi đường thẳng đã cho là  $d$  và nhận  $\vec{u} = (1; 1; -1)$  làm một vectơ chỉ phương.

Gọi  $H$  là một điểm nằm trên đường thẳng đã cho, ta có:  $H(1+t; 1+t; -t)$

Để  $H$  là hình chiếu của  $M$  lên đường thẳng thì  $MH \perp d$  hay  $\overrightarrow{MH} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow 1(t) + 1(t-2) - 1(-t-2) = 0 \Leftrightarrow t = 0$

Khi đó  $H(1; 1; 0)$  và  $d(M, d) = MH = 2\sqrt{2}$ .



Casio : áp dụng công thức tính khoảng cách từ 1 điểm tới 1 đường:  $d_{M \rightarrow d} = \frac{|\overline{u_d, MM_o}|}{|\overline{u_d}|}$

$$\overline{u_d} = (1; 1; -1) \quad M_o(1, 1, 0) \quad \overline{MM_o} = (0, -2, -2)$$

Lưu  $\overline{u_d}$  vào VctA : **MODE** **8** **1** **1** **1** **=** **1** **=** **-** **1** **=**

**VCT** **B**  
**A** **[** **1** **,** **1** **,** **-** **1** **]**

**-** **1**

Lưu  $\overline{MM_o}$  vào VctA : **AC** **SHIFT** **5** **2** **2** **1** **0** **=** **-** **2** **=** **-** **2** **=**

**B** **[** **0** **,** **-** **2** **,** **-** **2** **]**

**-** **2**

**AC** **SHIFT** **hyp** **SHIFT** **5** **3** **SHIFT** **5** **4** **)** **=** **SHIFT** **hyp** **SHIFT** **5** **3** **)** **=**

**Abs(VctAVctB)** **▶** **2** **(** **2**

**2.828427125**

**2.828427125**

Câu 10: Đáp án A.

Để thấy đáp án A có  $\overline{U} = (1; 1; 1)$  cũng vuông góc với hai vectơ chỉ phương của đường thẳng đã cho.

Câu 11: Đáp án B.

$$\sqrt{3} \sin x = \cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2x\right) = \sin(2x - \pi) = -\sin(\pi - 2x) = -\sin 2x$$

$$\Leftrightarrow \sin x (\sqrt{3} + 2 \cos x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos x = \frac{-\sqrt{3}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} ; k \in \mathbb{Z}$$

$$k = -1 \rightarrow x = \frac{5\pi}{6} - 2\pi = -\frac{7\pi}{6} \text{ thỏa mãn khoảng đã cho}$$

Casio : Các em dùng Table để tìm số nghiệm

**MODE** **7** **√** **3** **▶** **sin** **ALPHA** **)** **)** **=** **cos** **3** **SHIFT** **x10<sup>2</sup>** **▼** **2** **▶** **=** **2** **ALPHA** **)** **)**

$$f(x) = 43 \left( \frac{3\pi}{2} - 2x \right)$$

Two screenshots of a Casio calculator screen. The first screenshot shows the function  $f(x) = 43 \left( \frac{3\pi}{2} - 2x \right)$  and its values at  $x=8, 9, 10$ . The second screenshot shows the function  $f(x) = 43 \left( \frac{3\pi}{2} - 2x \right)$  and its values at  $x=12, 13, 14$ .

Câu 12: Đáp án C.

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (2\sqrt{x} - m) = -m \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (mx + 2) = 2 \\ f(0) = -m \end{cases}$$

Suy ra để hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  thì  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = f(0) \Leftrightarrow m = -2$ .

Casio : thế đáp án thôi các em

Câu 13: Đáp án B.

Gọi  $x_0$  là hoành độ tiếp điểm của tiếp tuyến song song với trục hoành. Khi đó:

$$y'(x_0) = 0 \Leftrightarrow \frac{2x_0^3 - 6x_0^2}{(x_0 - 2)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = 3 \end{cases}$$

Với  $x = 0 \Rightarrow$  Phương trình tiếp tuyến là  $y = -27$  (tm).

Với  $x = 3 \Rightarrow$  Phương trình tiếp tuyến là  $y = 0$  (loại do trùng với  $Ox$ ).

Vậy chỉ có một tiếp tuyến của đồ thị hàm số song song với trục hoành.

Câu 14: Đáp án D.

$$\text{Ta có: } \overline{BC} = (-6; -3). \text{ Với } \begin{cases} A(2; 4) \\ B(5; 1) \\ C(-1; -2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A'(-4; 1) \\ B'(-1; -2) \\ C'(-7; -5) \end{cases} \Rightarrow G_{\Delta A'B'C'}(-4; -2).$$

Câu 15: Đáp án D.

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\sqrt{x+1}}{|x|-1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\sqrt{x+1}}{x-1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\sqrt{\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}}}{1 - \frac{1}{x}} = 0 \Rightarrow y = 0 \text{ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.}$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{\sqrt{x+1}}{|x|-1} = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{\sqrt{x+1}}{-x-1} = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{1}{-\sqrt{x+1}} = -\infty \Rightarrow x = -1 \text{ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x+1}}{|x|-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x+1}}{x+1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{\sqrt{x+1}} = +\infty \Rightarrow x = 1 \text{ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.}$$

Vậy đồ thị hàm số đã cho có tất cả 3 đường tiệm cận.

Casio :

Tiệm cận đứng  $x=1$

Tiệm cận ngang  $y=0$

Câu 16: Đáp án A.

Vì hàm số  $g(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $\begin{cases} g'(x) = 0 \\ g''(x) < 0 \end{cases} \Rightarrow g(x)$  đạt cực đại tại  $x=0$ .

Quan sát bốn đồ thị hàm số thấy chỉ có đồ thị hàm số A đạt cực đại tại  $x=0$ .

Câu 17: Đáp án A.

Điều kiện:  $x \in (0; +\infty) \setminus \{1; 2\}$  (\*).

$$\frac{\log_2 \frac{x}{2}}{\log_2 x} - \frac{\log_2 x^2}{\log_2 x - 1} \leq 1 \Leftrightarrow \frac{\log_2 x - 1}{\log_2 x} - \frac{2 \log_2 x}{\log_2 x - 1} \leq 1$$

$$\text{Đặt } t = \log_2 x \Rightarrow \frac{t-1}{t} - \frac{2t}{t-1} \leq 1 \Leftrightarrow t \in (-\infty; -1] \cup \left(0; \frac{1}{2}\right] \cup (1; +\infty)$$



Câu 23: Đáp án B.

Gọi khối lăng trụ tam giác đều nội tiếp hình trụ đã cho là  $ABC.A'B'C' \Rightarrow AA' = h$ .

Đặt  $AB = x \Rightarrow$  Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$  là  $R = \frac{x\sqrt{3}}{3}$ . Vì lăng trụ nội

tiếp hình trụ có bán kính là  $a \Rightarrow \frac{x\sqrt{3}}{3} = a \Rightarrow x = a\sqrt{3} \Rightarrow V = \frac{(a\sqrt{3})^2 \sqrt{3}}{4} \cdot h = \frac{3a^2 h \sqrt{3}}{4}$ .

Câu 24: Đáp án A.

Gọi  $I$  là điểm thoả mãn  $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + 2\overrightarrow{IC} = \vec{0} \Rightarrow I(0;0;0)$

Ta có:  $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}| = |4\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = |4\overrightarrow{MI}|$

$\Rightarrow |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}|_{\min} \Leftrightarrow |\overrightarrow{MI}|_{\min} \Rightarrow M$  là hình chiếu của  $I$  trên  $(P) \Rightarrow M\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; -1\right)$ .

Câu 25: Đáp án A.

Gọi  $A = d \cap (P) \Rightarrow A(1;1;1)$ . Mặt khác  $\Delta$  cũng cắt đường thẳng  $d \Rightarrow A \in \Delta$ .

Vì  $\begin{cases} \Delta \subset (P) \\ \Delta \perp d \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{u_\Delta} = [\overrightarrow{u_d}, \overrightarrow{n_{(P)}}] = (5; -1; -3)$ .

Đường thẳng  $\Delta \begin{cases} \text{qua } A(1;1;1) \\ \overrightarrow{u_\Delta} = (5; -1; -3) \end{cases} \Rightarrow \Delta: \frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$ .

Câu 26: Đáp án D.

TH1: Xét số 0 đứng tùy ý: Số các số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau và chữ số 4 đứng cạnh chữ số 3 và 5 là:  $C_7^3 \cdot 2! \cdot 4!$ .

TH2: Xét số 0 luôn đứng đầu: Số các số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau và chữ số 4 đứng cạnh chữ số 3 và 5 là:  $C_6^2 \cdot 2! \cdot 3!$

Vậy số các số thoả mãn yêu cầu bài toán là:  $C_7^3 \cdot 2! \cdot 4! - C_6^2 \cdot 2! \cdot 3! = 1500$ .

Câu 27: Đáp án A.

Gọi  $I = AG \cap CD \Rightarrow C$  là trung điểm của  $ID$ .

Xét  $\Delta SCD$  bị cắt bởi đường thẳng  $IK$  ta có:

$$\frac{SK}{KD} \cdot \frac{DI}{IC} \cdot \frac{CM}{MS} = 1 \Leftrightarrow \frac{SK}{KD} \cdot 2 \cdot 1 = 1 \Rightarrow \frac{SK}{KD} = \frac{1}{2}$$

Câu 28: Đáp án A.

Gọi  $N$  là trung điểm  $AD \Rightarrow MN // AC$

$$\Rightarrow d(AC; BM) = d(AC; (MNB)) = d(D; (MNB)).$$

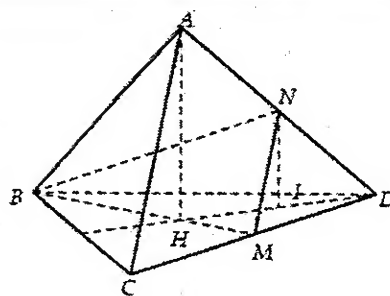
$$\text{Gọi } I \text{ là hình chiếu của } N \text{ trên } (ABC) \Rightarrow \begin{cases} NI \parallel AH \\ NI = \frac{AH}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow V_{I.MND} = \frac{1}{3} \cdot NI \cdot S_{\triangle BMD} = \frac{1}{4} V_{ABCD} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{48}.$$

$$\text{Ta có: } S_{\triangle BMN} = \frac{a^2 \sqrt{11}}{16}.$$

$$V_{I.MND} = \frac{1}{3} d(D; (MNB)) \cdot S_{\triangle MNB} \Rightarrow d(D; (MNB)) = \frac{a \sqrt{22}}{11}.$$

$$\text{Vậy } d(BM; AC) = \frac{a \sqrt{22}}{11}.$$



Câu 29: Đáp án C.

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \quad ; \quad \text{Đạo hàm: } y' = 3x^2 - 6mx - 9m^2$$

$$\text{Để hàm số nghịch biến trên } (0;1) \Leftrightarrow y' \leq 0, \forall x \in (0;1).$$

$$\text{Khi đó phương trình: } y' = 0 \text{ có hai nghiệm phân biệt } x_1, x_2 \text{ thỏa mãn: } \begin{cases} x_1 \leq 0 < x_2 \\ x_1 < 1 \leq x_2 \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3m \\ x = -m \end{cases}.$$

$$\text{TH1: } m > 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -m \\ x_2 = 3m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -m \leq 0 < 3m \\ -m < 1 \leq 3m \end{cases} \Leftrightarrow m \geq \frac{1}{3}.$$

$$\text{Kết hợp TH2: } m < 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 3m \\ x_2 = -m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3m \leq 0 < -m \\ 3m < 1 \leq -m \end{cases} \Leftrightarrow m \leq -1.$$

$$\text{Kết hợp } m < 0 \Rightarrow m \leq -1. \text{ Kết hợp hai trường hợp suy ra } m \leq -1 \text{ hoặc } m \geq \frac{1}{3}$$

Casio : Các em thử m ở các đáp án rồi dùng Table kiểm tra sự biến thiên

Ví dụ xét m=5 (A và C có)

$$\text{MODE } \boxed{7} \text{ ALPHA } \boxed{)} \text{ SHIFT } \boxed{x^2} \text{ } \boxed{-} \boxed{3} \text{ ( } \boxed{5} \text{ ) } \text{ ALPHA } \boxed{)} \text{ } \boxed{x^2} \text{ } \boxed{-} \boxed{9} \text{ ( } \boxed{5} \text{ ) } \boxed{x^2} \text{ ALPHA } \boxed{)}$$

$$f(X) = X^3 - 3(5)X^2 \rightarrow f(X) = X^3 - 15X^2$$

$$\boxed{=0} \boxed{=1} \boxed{=0} \boxed{.1} \boxed{=}$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \text{Math} & & & \\ \hline \text{F(X)} & & & \\ \hline 0.1 & -22.64 & & \\ \hline 0.2 & -45.592 & & \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \text{Math} & & & \\ \hline \text{F(X)} & & & \\ \hline 0.3 & -68.82 & & \\ \hline 0.4 & -93.33 & & \\ \hline 0.5 & -116.125 & & \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \text{Math} & & & \\ \hline \text{F(X)} & & & \\ \hline 0.6 & -140.1 & & \\ \hline 0.7 & -164.5 & & \\ \hline 0.8 & -189.088 & & \\ \hline \end{array}$$

Các em thấy các giá trị giảm dần là nghịch biến vậy A hoặc C đúng, xét tiếp  $m=5$  tương tự  
 Câu 30: Đáp án D.

Đồ thị hàm số  $y = |x^2 - 2x|(|x| - 1)$  cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt  $x = -1; x = 0; x = 1; x = 2$  nên phương trình đã cho có tối đa 4 nghiệm thực.

Câu 31: Đáp án D.

Đặt  $t = \log_3 x \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 3^t \\ x_2 = 3^{3-t} \end{cases}$ . Ta có:  $\begin{cases} t_1 + t_2 = 3 \\ t_1 \cdot t_2 = 2m - 7 \end{cases}$ .

Ta có:  $(x_1 + 3)(x_2 + 3) = 72 \Leftrightarrow 3^{t_1+t_2} + 3(3^{t_1} + 3^{t_2}) + 9 = 72 \Leftrightarrow 3^{t_1} + 3^{t_2} = 12$  (1)

Thế  $t_2 = 3 - t_1$  vào (1) ta có:  $3^{t_1} + 3^{3-t_1} = 12 \Leftrightarrow 3^{2t_1} - 12 \cdot 3^{t_1} + 27 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^{t_1} = 3 \\ 3^{t_1} = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 2 \end{cases}$

$\Rightarrow t_1 \cdot t_2 = 2 \Leftrightarrow 2m - 7 = 2 \Leftrightarrow m = \frac{9}{2}$ . Thử lại ta thấy  $m = \frac{9}{2}$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Casio: Các em thế từng thẳng  $m$  ở đáp án vào rồi Solve ra nghiệm sau đó kiểm tra điều kiện xem có thỏa mãn không

Câu 32: Đáp án C.

$f'(x) \geq x + \frac{1}{x} \Rightarrow f(x) \geq \frac{x^2}{2} + \ln x + C$ .

Vì  $f(1) = 1 \Rightarrow C = \frac{1}{2} \Rightarrow f(x) \geq \frac{x^2}{2} + \ln x + \frac{1}{2} \Rightarrow f(2) \geq \frac{5}{2} + \ln 2$ .

Câu 33: Đáp án A.

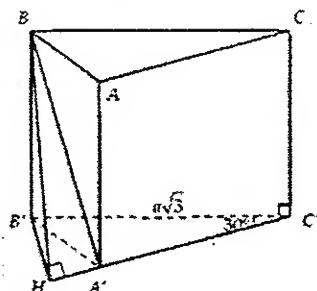
$V = \pi \int_0^1 e^{2x-2} dx + \pi \int_1^2 (2-x)^2 dx = \pi \left( \frac{1}{3} + \frac{e^2 - 1}{2e^2} \right)$ .

Câu 34: Đáp án D.

Ta có:  $B'H = \sin 30^\circ \cdot B'C' = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

Ta có:  $BHB' = 60^\circ \Rightarrow BB' = B'H \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a}{2}$

$\Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle ABC} \cdot BB' = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{3a}{2} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$ .



Câu 35: Đáp án A.

$$\Delta: \begin{cases} x=0 \\ y=t \\ z=1 \end{cases} \text{ Gọi } M(0;t;1) \in \Delta \text{ và } N(a;0;0) \in Ox. \text{ Vì } C \text{ cách đều } \Delta \text{ và } Ox \Rightarrow C\left(\frac{a}{2}; \frac{t}{2}; \frac{1}{2}\right)$$

$$\Rightarrow |BC| = \sqrt{\frac{a^2}{4} + \left(\frac{t}{2} - 4\right)^2} + \frac{1}{4} \geq \frac{1}{2}.$$

Câu 36: Đáp án A.

Xác suất một lần gieo được mặt một chấm là  $\frac{1}{12}$

$$\Rightarrow \text{Xác suất để cả ba lần không gieo được mặt một chấm là } \left(1 - \frac{1}{12}\right)^3 = \left(\frac{11}{12}\right)^3$$

$\Rightarrow$  Xác suất để có ít nhất một lần gieo được mặt một chấm trong ba lượt gieo là:

$$P = 1 - \left(\frac{11}{12}\right)^3 = \frac{397}{1728}.$$

Câu 37: Đáp án D.

$$\text{Đặt } \begin{cases} U_1 = 2.000.000 \\ d = 200.000 \\ q = 1 + 0,55\% \end{cases} \text{ . Gọi } M_i \text{ là số tiền người đó có được sau } i \text{ tháng gửi tiền } i = 1, 2, 3, \dots, 60$$

. Ta có:

$$M_1 = U_1 \cdot q \quad ; \quad M_2 = (U_1 q + U_1 + d) q = U_1 q^2 + U_1 q + dq$$

$$M_3 = (U_1 q^2 + U_1 q + dq + U_1 + 2d) q = U_1 q^3 + U_1 q^2 + U_1 q + dq^2 + 2dq$$

$$M_4 = (U_1 q^3 + U_1 q^2 + U_1 q + dq^2 + 2dq + U_1 + 3d) q = U_1 q^4 + U_1 q^3 + U_1 q^2 + U_1 q + dq^3 + 2dq^2 + 3dq$$

.....

$$M_{60} = U_1 \cdot q (q^{59} + \dots + q^2 + q + 1) + d (q^{59} + 2q^{58} + \dots + 59q)$$

$$= U_1 \cdot q \cdot \frac{1 - q^{60}}{1 - q} + d \cdot \sum_{x=0}^{58} [(x+1)q^{59-x}] = 539\,447\,312.$$

Câu 38: Đáp án A.

$$\cos BMC = \frac{6 - 2x^2}{4\sqrt{2}} = \frac{3 - x^2}{2\sqrt{2}} \quad ; \quad \cos AMC = \frac{3 - x^2}{2\sqrt{2}}$$



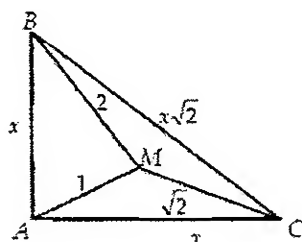
$$\Rightarrow AMC = BMC = \alpha \left( \alpha > \frac{\pi}{2} \right).$$

Ta có:  $AC = 3 - 2\sqrt{2} \cos \alpha$  ;  $AB = 5 - 4 \cos(2\pi - 2\alpha)$

Vì  $\triangle ABC$  vuông cân nên

$$3 - 2\sqrt{2} \cos \alpha = 5 - 4 \cos(2\pi - 2\alpha) \Leftrightarrow 4 \cos^2 \alpha - \sqrt{2} \cos \alpha - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos \alpha = \frac{3\sqrt{2}}{4} \\ \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} (1) \Rightarrow \alpha = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ.$$



Câu 39: Đáp án C.

Gọi  $H, I$  lần lượt là trung điểm  $CD, AB$ .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} (ACD) \perp (BCD) \\ (ACD) \cap (BCD) = CD \Rightarrow BH \perp (ACD) \\ BH \perp CD \end{cases}$$

Vì các tam giác  $\triangle DAB, \triangle CAB$  cân nên  $\begin{cases} DI \perp AB \\ CI \perp AB \end{cases} \Rightarrow ((ABD); (CBD)) = CID$

Ta có:  $BH = AH = \sqrt{a^2 - x^2} \Rightarrow AB = \sqrt{2a^2 - 2x^2}$ .

Vì  $I$  là trung điểm  $AB \Rightarrow AI = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{2a^2 - 2x^2}}{2}$ .

Xét  $\triangle DIA$  vuông tại  $I$  ta có:  $DI = \sqrt{AD^2 - AI^2} = \sqrt{a^2 - \frac{2a^2 - 2x^2}{4}} = \sqrt{\frac{2a^2 + 2x^2}{4}}$

Để hai mặt phẳng  $(ABC)$  và  $(ABD)$  vuông góc với nhau thì  $CID = 90^\circ$ . Khi đó ta có:

$$CD^2 = DI^2 + CI^2 = 2DI^2 \Leftrightarrow 4x^2 = \frac{2a^2 + 2x^2}{2} \Rightarrow x = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 40: Đáp án D.

Gọi  $M(a; a^3 - 3a)$

Phương trình tiếp tuyến tại tiếp điểm  $M$  là:  $y = (3a^2 - 3)(x - a) + a^3 - 3a$ .

Vì  $B$  là giao điểm của trục hoành với tiếp tuyến  $\Rightarrow B\left(\frac{2a^3}{3a^2 - 3}; 0\right)$

Vì  $M$  là trung điểm  $AB \Rightarrow A\left(\frac{a^3+3a}{3a^2-3}; -a^3+3a\right)$ .

Vì  $A \in (C)$  nên ta có:  $\frac{a^3+3a}{3a^2-3} \left[ \left( \frac{a^3+3a}{3a^2-3} \right) - 3 \right] = -a^3+3a$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ (a^2+3)^3 - 3(a^2+3) = (3-a^2)(3a^2-3) \end{cases} \Rightarrow \text{Có 3 nghiệm } a.$$

Vậy có ba điểm  $M$  thỏa mãn.

**Câu 41: Đáp án B**

$y = f(x^2 - 2x) \rightarrow y' = (2x - 2) \cdot f'(x)$  mà  $f'(x) = 0$  có 3 nghiệm nên  $y' = 0$  sẽ có 4 nghiệm đơn nên hàm số có 4 cực trị

**Câu 42: Đáp án C.**

Ta có:  $\log_{\sqrt{3}} \frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2} = x(x-3) + y(y-3) + xy$

$$\Leftrightarrow \log_{\sqrt{3}} (3x+3y) + (3x+3y) = \log_{\sqrt{3}} (x^2+y^2+xy+2) + (x^2+y^2+xy+2)$$

Xét hàm số  $f(t) = \log_{\sqrt{3}} t + t$  có  $f'(t) = \frac{1}{t \ln \sqrt{3}} + 1 > 0$  với mọi  $t > 0$ . Từ đó ta có

$$f(3x+3y) = f(x^2+y^2+xy+2) \Leftrightarrow 3x+3y = x^2+y^2+xy+2$$

Khi đó  $P = \frac{3x+2y+1}{x+y+6}$  có giá trị lớn nhất là 1.

**Câu 43: Đáp án A.**

Phương trình tương đương với:

$$\log_{\sqrt{mx-5}} (2x^2 - 5x + 4) = \log_{\sqrt{mx-5}} (x^2 + 2x - 6) \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < mx - 5 \neq 1 \\ 2x^2 - 5x + 4 > 0 \\ 2x^2 - 5x + 4 = x^2 + 2x - 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < mx - 5 \neq 1 \\ x = 2 \\ x = 5 \end{cases}$$

$$\text{Đặt } 10m = k \in \mathbb{Z}, \text{ ta có: } \begin{cases} 0 < \frac{kx}{10} - 5 \neq 1 \\ x = 2 \\ x = 5 \end{cases}$$

Để phương trình có nghiệm duy nhất thì có 2 trường hợp sau:

$$\bullet \begin{cases} \frac{2k}{10} - 5 \leq 0 \\ \frac{2k}{10} - 5 = 1 \Leftrightarrow k \in \{11; 13; 14; \dots 25; 30\} \\ 0 < \frac{5k}{10} - 5 \neq 1 \end{cases}$$

$$\bullet \begin{cases} \frac{5k}{10} - 5 \leq 0 \\ \frac{5k}{10} - 5 = 1 \quad (\text{vô nghiệm}) \\ 0 < \frac{2k}{10} - 5 \neq 1 \end{cases}$$

Vậy có tất cả 15 số nguyên  $k$  tương ứng với 15 giá trị của  $m$ .

**Câu 44: Đáp án D.**

Bài này đoạn đầu cho để tính tích phân nhưng cũng không cần thiết

$$\int_1^{\sqrt{3}} \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} dx$$

0.9178538803

chúng ta có thể tìm được  $m, n$  từ giả thiết

$$m = \sqrt{m} + \ln \frac{1 + \sqrt{m}}{\sqrt{n}} \quad \text{với } m, n \in \mathbb{R}$$

$$m = \sqrt{m} + \ln \frac{1 + \sqrt{m}}{\sqrt{n}} \Rightarrow n = \left( \frac{1 + \sqrt{m}}{e^{m - \sqrt{m}}} \right)^2$$

Sau đó các em dùng Table dò  $m$  nguyên đến  $n$  nguyên

$$f(x) = \left( \frac{1 + \sqrt{x}}{e^{x - \sqrt{x}}} \right)^2$$

Với Statr -7= End 7= Step 1=

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 1 & F(0) \\ \hline 1 & 2 & 1.8061 \\ \hline \end{array}$$

1

Có 2 cặp kết quả thỏa mãn ta sẽ thử từng cặp 1 đối chiếu với đáp án

$$0^2 - 0 + 1^2$$

$$1^2 - 4 + 16$$

1

13

Câu 45: Đáp án C.

$$\text{Với } z = a + bi (a, b \in \mathbb{R}), \text{ ta có: } z \cdot \bar{z} = |z|^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = 1 \\ a, b \in [-1; 1] \\ \bar{z} = \frac{1}{z} \end{cases}$$

$$\text{Do đó biến đổi } P, \text{ ta được } P = |z(z-1)| + \left| z \left( z + 1 + \frac{1}{z} \right) \right| = |z-1| + \left| z + 1 + \frac{1}{z} \right|$$

$$= |z-1| + |z + 1 + \bar{z}| = \sqrt{(a-1)^2 + b^2} + |2a+1| = \sqrt{2(1-a)} + |2a+1|$$

$$\text{Khảo sát hàm } f(a) = \sqrt{2(1-a)} + |2a+1| \text{ trên đoạn } [-1; 1] \text{ ta được } \max P = \frac{13}{4} \Leftrightarrow a = \frac{7}{8}$$

Câu 46: Đáp án B.

Ta có công thức tính thể tích khối tứ diện ABCD trong bài này như sau:

$$2\sqrt{3} = \frac{x^3}{6} \sqrt{1 - \cos^2 60^\circ - \cos^2 60^\circ - \left( \frac{2x^2 - 12}{2x^2} \right)^2 + 2 \cos 60^\circ \left( \frac{2x^2 - 12}{2x^2} \right)} \Leftrightarrow x = 2\sqrt{2}$$

Câu 47: Đáp án C.

Thiết diện cắt bởi (MNE) là  $\Delta IPQ$ .

$$\text{Xét } \Delta ABD \text{ bị cắt bởi } IE, \text{ ta có: } \frac{AI}{IB} \cdot \frac{BE}{EB} \cdot \frac{DQ}{QA} = 1 \Leftrightarrow 2 \cdot 2 \cdot \frac{DQ}{QA} = 1 \Leftrightarrow \frac{DQ}{QA} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{AQ}{AD} = \frac{4}{5}$$

$$\text{Ta có: } \frac{V_{AIPQ}}{V_{ABCD}} = \frac{AI}{AB} \cdot \frac{AP}{AC} \cdot \frac{AQ}{AD} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{16}{45} \Rightarrow V = \frac{16}{45} \cdot \frac{a^3 \sqrt{2}}{12} = \frac{4a^3 \sqrt{2}}{135}$$

Câu 48: Đáp án D.

Gọi M là trung điểm BC. Mặt cầu (S) tâm I tiếp xúc chóp tại O,  $K \Rightarrow IO = IK$

$$\Rightarrow \Delta IOM = \Delta IKM. \text{ Đặt } OM = OK = x \Rightarrow S_d = 4x^2$$

$$\text{Gọi } h = SO = OM \tan 2\alpha = x \cdot \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = x \cdot \frac{2 \cdot \frac{a}{x}}{1 - \frac{a^2}{x^2}} = \frac{2a}{1 - \frac{a^2}{x^2}}$$

Từ đó suy ra thể tích  $V$  của khối chóp là:  $V = \frac{1}{3} 4x^2 \cdot \frac{2a}{1 - \frac{a^2}{x^2}} = \frac{8}{3} \cdot \frac{ax^4}{x^2 - a^2} \geq \frac{32a^3}{3}$

Câu 49: Đáp án A.

Bán kính  $R$  của tam giác  $BCD$  là  $\frac{5a\sqrt{3}}{8}$ ;  $R$  của tam giác  $ABC$  là  $a$ ;  $BC = a\sqrt{3}$

Gọi  $H$  là trung điểm của  $BC$ ,  $G$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ .

Có:  $HG = \sqrt{GC^2 - CH^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{a}{2}$

Từ đó suy ra bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là  $R = \sqrt{\left(\frac{5a\sqrt{3}}{8}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{91}}{8}$ .

Câu 50: Đáp án C.

Cách 1: Tự Luận

$$\begin{aligned} f(x) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) &= 3x \rightarrow f(x) = 3x - 2f\left(\frac{1}{x}\right) \rightarrow I = \int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{f(x)}{x} dx = \int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{3x - 2f\left(\frac{1}{x}\right)}{x} dx \\ &= \int_{\frac{1}{2}}^2 3dx - 2 \int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{f\left(\frac{1}{x}\right)}{x} dx \quad \text{Đặt } t = \frac{1}{x} \rightarrow dt = -\frac{1}{x^2} dx = -t^2 dx \rightarrow \int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{f\left(\frac{1}{x}\right)}{x} dx = \int_{\frac{1}{2}}^2 f(t) \cdot t \cdot \frac{dt}{-t^2} = \int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{f(t)}{t} dt \end{aligned}$$

Mà  $\int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{f(t)}{t} dt = \int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{f(x)}{x} dx \Rightarrow \int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{f(x)}{x} dx = \int_{\frac{1}{2}}^2 3dx - 2 \int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{f(x)}{x} dx \rightarrow \int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{f(x)}{x} dx = \int_{\frac{1}{2}}^2 dx = \frac{3}{2}$

Cách 2: Chọn hàm có  $x, \frac{1}{x} \rightarrow f(x) = ax + \frac{b}{x} \rightarrow f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{a}{x} + bx$

$f(x) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) = (a+2b)x + \frac{b+2a}{x} = 3x \Leftrightarrow \begin{cases} a+2b=3 \\ b+2a=0 \end{cases} \Rightarrow a=-1, b=2$

$\int_{0.5}^2 \frac{-x + \frac{2}{x}}{x} dx \quad 1.5$

CASIO LUYỆN ĐỀ THPT QG

KỶ THI THPT QUỐC GIA NĂM 2018

ĐỀ THI THAM KHẢO

Bài Thi : Toán

Đề Luyện Tập Số 5

Thời gian làm bài: 90 phút

Câu 1. Cho các số thực  $m, n$  thỏa mãn  $\int_a^1 (1-x)dx = m$  và  $A$  trong đó  $B'$  và  $C$  Tính  $B$ .

A.  $C'$ .

B.  $D$ .

C.  $z$ .

D.  $\bar{z} = \frac{1+3i}{1-i}$ .

Câu 2. Cho  $f(x) = e^{\sqrt{1+\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+1)^2}}}$ . Biết rằng  $f(1).f(2).f(3)...f(2017) = e^{\frac{m}{n}}$  với  $m, n$  là các số tự nhiên và  $\frac{m}{n}$  tối giản. Tính  $m-n^2$ .

A.  $m-n^2 = 2018$ .

B.  $m-n^2 = -2018$ .

C.  $m-n^2 = 1$ .

D.  $m-n^2 = -1$ .

Câu 3. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng  $\left(0; \frac{5\pi}{6}\right)$ ?

A.  $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ .

B.  $y = \sin x$ .

C.  $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ .

D.  $y = \cos x$ .

Câu 4. Lập được bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau chọn từ tập  $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$  sao cho số lập được luôn có mặt chữ số 3.

A. 72.

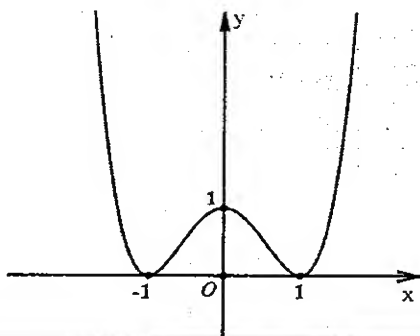
B. 48.

C. 36.

D. 32.

Câu 5. Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định, liên tục trên

$\int \cot x dx = \int \frac{\cos x}{\sin x} dx = \int \frac{d(\sin x)}{\sin x} = \ln|\sin x| + C$  và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới. Hàm số  $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1 \Leftrightarrow \ln\left|\sin \frac{\pi}{2}\right| + C = 1 \Leftrightarrow C = 1$  đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?



- A.  $F(x) = \ln|\sin x| + 1$ .  
 B.  $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = \ln\left|\sin\frac{\pi}{6}\right| + 1 = \ln\frac{1}{2} + 1 = 1 - \ln 2$ .  
 C.  $y = 0$ .  
 D.  $x = 1$ .

Câu 6. Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ . Cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy và có độ dài bằng  $a$ . Tính thể tích khối tứ diện  $S.BCD$ .

- A.  $\frac{a^3}{6}$ .  
 B.  $\frac{a^3}{4}$ .  
 C.  $\frac{a^3}{3}$ .  
 D.  $\frac{a^3}{2}$ .

Câu 7. Đồ thị của hàm số  $y = 4x^4 - 2x^2 + 1$  và đồ thị của hàm số  $y = x^2 + x + 1$  có tất cả bao nhiêu điểm chung?

- A. 3.  
 B. 1.  
 C. 2.  
 D. 4.

Câu 8. Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{2x}}$ .

- A.  $\int f(x) dx = \frac{3}{2} \sqrt[3]{4x^2} + C$ .  
 B.  $\int f(x) dx = \frac{3}{4} \sqrt[3]{4x^2} + C$ .  
 C.  $\int f(x) dx = \frac{3}{4\sqrt[3]{16x^4}} + C$ .  
 D.  $\int f(x) dx = -\frac{3}{8\sqrt[3]{16x^4}} + C$ .

Câu 9. Tìm phần ảo của số phức  $z = (1-i)^2 + (1+i)^2$

- A. 0.  
 B. -4.  
 C. 2.  
 D. 4.

Câu 10. Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $a$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt đáy,  $SA = 2a$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $SC$ . Tính cosin của góc  $\alpha$  là góc giữa đường thẳng  $BM$  và mặt phẳng  $(ABC)$ .

- A.  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{7}}{14}$ .  
 B.  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{7}$ .  
 C.  $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{7}}{7}$ .  
 D.  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{21}}{7}$ .

Câu 11. Tìm nghiệm của phương trình  $\log_3 x + 1 = 0$ .

- A.  $x = -\frac{1}{3}$ .  
 B.  $x = \frac{1}{3}$ .  
 C.  $x = -1$ .  
 D.  $x = 1$ .

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho vectơ  $\vec{n} = (0; 1; 1)$ . Mặt phẳng nào trong các mặt phẳng được cho bởi các phương trình dưới đây nhận vectơ  $\vec{n}$  làm vector pháp tuyến?

- A.  $x=0$ . B.  $x+y=0$ . C.  $y+z=0$ . D.  $z=0$ .

Câu 13. Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1; 0; -1)$ ,  $B(0; 2; 1)$  và  $C(3; 0; 0)$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $\overline{AB} + \overline{AC} = \vec{0}$ . B.  $\overline{AB} \cdot \overline{AC} = 0$ . C.  $|\overline{AB}| = |\overline{AC}|$ . D.  $\overline{AB} = 2\overline{AC}$ .

Câu 14. Tính đạo hàm của hàm số  $y = \log_3(3^x + 1)$ .

- A.  $y' = \frac{3^x}{3^x + 1}$ . B.  $y' = \frac{3^x \ln 3}{3^x + 1}$ . C.  $y' = \frac{\ln 3}{3^x + 1}$ . D.  $y' = \frac{1}{(3^x + 1) \ln 3}$ .

Câu 15. Tìm hệ số  $h$  của số hạng chứa  $x^5$  trong khai triển  $\left(x^2 + \frac{2}{x}\right)^7$ .

- A.  $h = 560$ . B.  $h = 84$ . C.  $h = 672$ . D.  $h = 280$ .

Câu 16. Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $\bar{z} = \frac{1+3i}{1-i}$ . Tìm môđun của số phức  $w = i\bar{z} + z$ .

- A.  $|w| = \sqrt{2}$ . B.  $|w| = 3\sqrt{2}$ . C.  $|w| = 4\sqrt{2}$ . D.  $|w| = 2\sqrt{2}$ .

Câu 17: Cho  $f(x)$  là đa thức thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 20}{x - 2} = 10$ . Tính  $T = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{6f(x) + 5} - 5}{x^2 + x - 6}$ .

- A.  $T = \frac{6}{25}$ . B.  $T = \frac{4}{15}$ . C.  $T = \frac{4}{25}$ . D.  $T = \frac{12}{25}$ .

Câu 18. Cho số phức  $z$  bất kỳ. Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

- A.  $|z^2| = |z|^2$ . B.  $z \cdot \bar{z} = |z|^2$ . C.  $|z| = |\bar{z}|$ . D.  $z^2 = |z|^2$ .

Câu 19. Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $B'$  và  $C'$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $AC$ . Tính tỉ số thể tích của khối tứ diện  $AB'C'D$  và khối tứ diện  $ABCD$ .

- A.  $\frac{1}{4}$ . B.  $\frac{1}{2}$ . C.  $\frac{1}{6}$ . D.  $\frac{1}{8}$ .



Câu 20. Biết  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \cot x$  và  $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$ . Tính  $F\left(\frac{\pi}{6}\right)$ .

- A.  $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = 1 + \ln \frac{\sqrt{3}}{2}$ . B.  $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = 1 - \ln 2$ . C.  $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = 1 - \ln \frac{\sqrt{3}}{2}$ . D.  $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = 1 + \ln 2$ .

Câu 21. Tìm tập nghiệm  $S$  của bất phương trình  $\log_2 \left( \log_{\frac{1}{2}} x \right) > 0$ .

- A.  $S = \left(0; \frac{1}{2}\right)$ . B.  $S = (0; 1)$ . C.  $S = \left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$ . D.  $S = (1; +\infty)$ .

Câu 22. Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(-2; 1; 1)$  và  $B(0; -1; 1)$ .  
Viết phương trình mặt cầu đường kính  $AB$ .

- A.  $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 8$ . B.  $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 2$ .  
C.  $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 2$ . D.  $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 8$ .

Câu 23. Với các số thực dương  $a; b$  bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $\log_{27} \left( \frac{a^3}{b} \right) = \log_3 a - \frac{\ln b}{3 \ln 3}$ . B.  $\log_{27} \left( \frac{a^3}{b} \right) = \log_3 a - \frac{3 \ln 3}{\ln b}$ .  
C.  $\log_{27} \left( \frac{a^3}{b} \right) = \log_3 a + \frac{\ln b}{3 \ln 3}$ . D.  $\log_{27} \left( \frac{a^3}{b} \right) = \log_3 a + \frac{3 \ln 3}{\ln b}$ .

Câu 24. Cho  $x, y$  là các số thực dương thỏa mãn  $5^{x+2y} + \frac{3}{3^{xy}} + x + 1 = \frac{5^{xy}}{5} + 3^{-x-2y} + y(x-2)$ .

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $T = x + y$ .

- A.  $T_{\min} = 1 + \sqrt{5}$ . B.  $T_{\min} = 5 + 3\sqrt{2}$ . C.  $T_{\min} = 3 + 2\sqrt{3}$ . D.  $T_{\min} = 2 + 3\sqrt{2}$ .

Câu 25. Trong không gian, cho hình thang vuông  $ABCD$  (vuông tại  $A, D$ ) có  $AB = 3, DC = AD = 1$ . Tính thể tích  $V$  của khối tròn xoay nhận được khi quay hình thang  $ABCD$  xung quanh trục  $DC$ .

- A.  $V = 2\pi$ . B.  $V = \frac{7}{3}\pi$ . C.  $V = \frac{5}{3}\pi$ . D.  $V = \frac{4}{3}\pi$ .

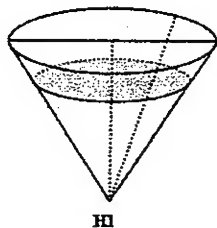
Câu 26. Một cái phễu có dạng hình nón, chiều cao của phễu là  $20\text{cm}$ . Người ta đổ một lượng nước vào phễu sao cho chiều cao của cột nước trong phễu bằng  $10\text{cm}$  (hình H1). Nếu bịt kín miệng phễu rồi lật ngược phễu lên (hình H2) thì chiều cao của cột nước trong phễu gần bằng với giá trị nào sau đây?

A.  $10\text{cm}$ .

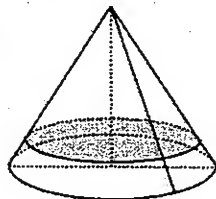
B.  $0,87\text{cm}$ .

C.  $1,07\text{cm}$ .

D.  $1,35\text{cm}$ .



H1



H2

Câu 27. Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(2;3;-1)$ ,  $B(1;2;4)$ . Phương trình đường thẳng nào được cho dưới đây không phải là phương trình đường thẳng  $AB$ .

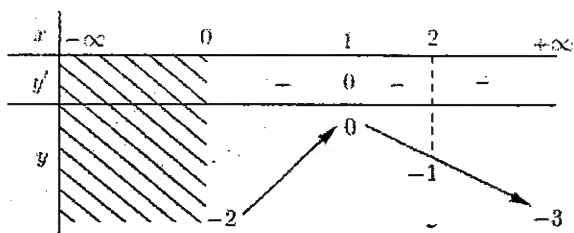
A.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-4}{-5}$ .

B.  $\begin{cases} x=1-t \\ y=2-t \\ z=4+5t \end{cases}$ .

C.  $\begin{cases} x=2-t \\ y=3-t \\ z=-1+5t \end{cases}$ .

D.  $\frac{x+2}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-1}{-5}$ .

Câu 28. Cho hàm số  $y=f(x)$  xác định trên  $[0; +\infty)$ , liên tục trên khoảng  $(0; +\infty)$  và có bảng biến thiên như sau



Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  sao cho phương trình  $f(x)=m$  có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1 \in (0;2)$  và  $x_2 \in (2; +\infty)$ .

A.  $(-2;0)$ .

B.  $(-2;-1)$ .

C.  $(-1;0)$ .

D.  $(-3;-1)$ .

Câu 29. Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $[-1; +\infty)$  và  $\int_0^3 f(\sqrt{x+1})dx = 4$ . Tính  $I = \int_1^2 x.f(x)dx$ .

- A.  $I = 8$ . B.  $I = 4$ . C.  $I = 16$ . D.  $I = 2$ .

Câu 30. Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$  có phương trình  $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$  và mặt phẳng  $(P): 2x + y - 2z + m = 0$ . Tìm giá trị không âm của tham số  $m$  để mặt cầu  $(S)$  và mặt phẳng  $(P)$  tiếp xúc với nhau.

- A.  $m = 1$ . B.  $m = 0$ . C.  $m = 2$ . D.  $m = 5$ .

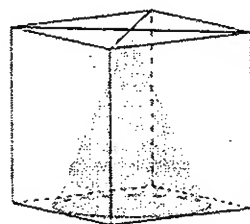
Câu 31. Cho số phức  $z = a + bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) thỏa mãn điều kiện  $|z^2 + 4| = 2|z|$ . Đặt  $P = 8(b^2 - a^2) - 12$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $P = (|z| - 2)^2$ . B.  $P = (|z|^2 - 4)^2$ . C.  $P = (|z| - 4)^2$ . D.  $P = (|z|^2 - 2)^2$ .

Câu 32. Cho hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi các đường  $y = \sqrt{\ln x}$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$  và  $x = k$  ( $k > 1$ ). Gọi  $V_k$  là thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình  $(H)$  quay trục  $Ox$ . Biết rằng  $V_k = \pi$ , hãy chọn khẳng định đúng?

- A.  $3 < k < 4$ . B.  $1 < k < 2$ . C.  $2 < k < 3$ . D.  $4 < k < 5$ .

Câu 33. Một chiếc thùng đựng nước có hình của một khối lập phương cạnh  $1m$  chứa đầy nước. Đặt vào trong thùng đó một khối có dạng nón sao cho đỉnh trùng với tâm một mặt của lập phương, đáy khối nón tiếp xúc với các cạnh của mặt đối diện. Tính tỉ số thể tích của lượng nước trào ra ngoài và lượng nước còn lại ở trong thùng.



- A.  $\frac{1}{11}$ . B.  $\frac{\pi}{12 - \pi}$ . C.  $\frac{\pi}{12}$ . D.  $\frac{11}{12}$ .

Câu 34. Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-2}$ . Xét mặt phẳng  $(P): x + my + m^2z - 1 = 0$ ,  $m$  là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để mặt phẳng  $(P)$  song song với đường thẳng  $\Delta$ .

- A.  $m=1$  và  $m=-\frac{1}{2}$ . B.  $m=0$  và  $m=\frac{1}{2}$ . C.  $m=1$ . D.  $m=-\frac{1}{2}$ .

Câu 35. Cho hàm số  $y = \frac{x(\sqrt{x^2+3}-2)}{x^2+2x+1}$  có đồ thị  $(C)$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Đồ thị  $(C)$  có một tiệm cận đứng và hai tiệm cận ngang.  
B. Đồ thị  $(C)$  có một tiệm cận đứng và một tiệm cận ngang.  
C. Đồ thị  $(C)$  không có tiệm cận đứng và có một tiệm cận ngang.  
D. Đồ thị  $(C)$  không có tiệm cận đứng và hai tiệm cận ngang.

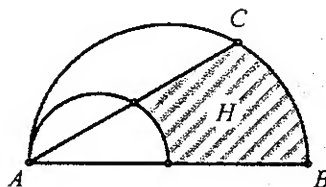
Câu 36. Biết rằng hình thang cong  $(H)$  giới hạn bởi các đường  $y=2-x, y=0, x=k, x=3$  ( $k < 2$ ) và có diện tích bằng  $S_k$ . Xác định giá trị của  $k$  để  $S_k = 16$ .

- A.  $k=2-\sqrt{31}$ . B.  $k=2+\sqrt{31}$ . C.  $k=2+\sqrt{15}$ . D.  $k=2-\sqrt{15}$ .

Câu 37. Cho lăng trụ đều  $ABC.A'B'C'$  có cạnh đáy bằng  $a$  và có thể tích bằng  $\frac{3a^3}{4}$ . Tính khoảng cách  $d$  giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $A'C$

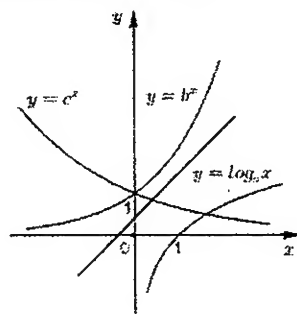
- A.  $d = \frac{a\sqrt{5}}{15}$ . B.  $d = \frac{a\sqrt{15}}{15}$ . C.  $d = \frac{a\sqrt{15}}{3}$ . D.  $d = \frac{a\sqrt{15}}{5}$ .

Câu 38. Ta vẽ hai nửa đường tròn như hình vẽ bên, trong đó đường kính của nửa đường tròn lớn gấp đôi đường kính của nửa đường tròn nhỏ. Biết rằng nửa hình tròn đường kính  $AB$  có diện tích là  $8\pi$  và  $BAC = 30^\circ$ . Tính thể tích của vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình  $(H)$  (phần tô đậm) xung quanh đường thẳng  $AB$ .



- A.  $\frac{220}{3}\pi$ . B.  $\frac{98}{3}\pi$ . C.  $\frac{224}{3}\pi$ . D.  $4\pi^2$ .

Câu 39. Cho ba số thực dương  $a, b, c$  khác 1. Đồ thị các hàm số  $y = \log_a x$ ,  $y = b^x$ ,  $y = c^x$  được cho trong hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



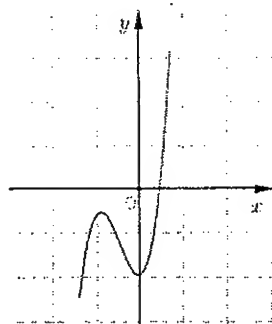
- A.  $b < c < a$ .      B.  $a < b < c$ .      C.  $c < a < b$ .      D.  $c < b < a$ .

Câu 40. Một cửa hàng bán lẻ phần mềm soạn thảo công thức toán học MathType với giá là 10USD. Với giá bán này, cửa hàng chỉ bán được khoảng 25 sản phẩm. Cửa hàng dự định sẽ giảm giá bán, ước tính cứ mỗi lần giảm giá bán đi 2USD thì số sản phẩm bán được tăng thêm 40 sản phẩm. Xác định giá bán để cửa hàng thu được lợi nhuận lớn nhất, biết rằng giá mua về của một sản phẩm là 5USD.

- A. 7,625USD.      B. 8,525USD.      C. 8,625USD.      D. 8,125USD.

Câu 41. Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $a > 0, b = 0, c < 0, d < 0$ .  
B.  $a > 0, b > 0, c = 0, d < 0$ .  
C.  $a > 0, b = 0, c > 0, d < 0$ .  
D.  $a > 0, b < 0, c = 0, d < 0$ .



Câu 42. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = 2x^3 - 3(m+1)x^2 + 6mx$  có hai điểm cực trị  $A$  và  $B$ , sao cho đường thẳng  $AB$  vuông góc với đường thẳng  $y = x + 2$ .

- A.  $m = 0$  và  $m = -1$ .      B.  $m = 0, m = 1$  và  $m = 2$ .

C.  $m=0, m=-1$  và  $m=-2$ .

D.  $m=0$  và  $m=2$ .

Câu 43. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để phương trình  $m + e^{\frac{x}{2}} = \sqrt[4]{e^{2x} + 1}$  có nghiệm thực.

A.  $0 < m \leq \frac{2}{e}$ .

B.  $\frac{1}{e} \leq m < 1$ .

C.  $0 < m < 1$ .

D.  $-1 < m < 0$ .

Câu 44. Cho các số phức  $z_1 \neq 0, z_2 \neq 0$  thỏa mãn điều kiện  $\frac{2}{z_1} + \frac{1}{z_2} = \frac{1}{z_1 + z_2}$ . Tính giá trị của

biểu thức  $P = \left| \frac{z_1}{z_2} \right| + \left| \frac{z_2}{z_1} \right|$ .

A.  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ .

B.  $\sqrt{2}$ .

C.  $P=2$ .

D.  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ .

Câu 45. Sau 13 năm ra trường, thầy An đã tiết kiệm được cho mình số tiền 300 triệu đồng, thầy dự định sẽ dùng số tiền đó để mua một căn nhà. Nhưng hiện nay để mua được căn nhà vừa ý, thầy An cũng cần phải có 600 triệu đồng. Rất may một học trò cũ của thầy sau khi ra trường công tác đã lập gia đình và mua nhà ở thành phố nên đồng ý để thầy An ở lại căn nhà của mình trong khoảng thời gian tối đa 10 năm, đồng thời chỉ bán lại căn nhà khi trong khoảng thời gian đó thầy An giao đủ số tiền 600 triệu đồng. Sau khi tính toán thầy quyết định gửi toàn bộ số tiền 300 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 8,1%/năm và lãi hàng năm nhập vào vốn. Hỏi phải mất thời gian tối thiểu bao nhiêu năm nữa thầy An mới mua được căn nhà này.

A. 7 năm.

B. 9 năm.

C. 8 năm.

D. 6 năm.

Câu 46. Cho ba tia  $Ox, Oy, Oz$  đôi một vuông góc với nhau. Gọi  $C$  là điểm cố định trên  $Oz$ , đặt  $OC=1$ , các điểm  $A, B$  thay đổi trên  $Ox, Oy$  sao cho  $OA+OB=OC$ . Tìm giá trị bé nhất của bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện  $OABC$ .

A.  $\frac{\sqrt{6}}{3}$ .

B.  $\sqrt{6}$ .

C.  $\frac{\sqrt{6}}{4}$ .

D.  $\frac{\sqrt{6}}{2}$ .

Câu 47. Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho hai đường thẳng  $\Delta_1: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{1}$

và  $\Delta_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+2}{1}$ . Một mặt phẳng  $(P)$  vuông góc với  $\Delta_1$ , cắt trục  $Oz$  tại  $A$  và cắt  $\Delta_2$  tại  $B$ . Tìm độ dài nhỏ nhất của đoạn  $AB$ .

A.  $\frac{2\sqrt{31}}{5}$ .

B.  $\frac{24}{5}$ .

C.  $\frac{2\sqrt{30}}{5}$ .

D.  $\sqrt{\frac{6}{5}}$ .

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai đường thẳng  $\Delta_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{2}$  và  $\Delta_2: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{-2}$  cắt nhau và cùng nằm trong mặt phẳng  $(P)$ . Lập phương trình đường phân giác  $d$  của góc nhọn tạo bởi  $\Delta_1, \Delta_2$  và nằm trong mặt phẳng  $(P)$ .

A.  $\begin{cases} x=1+t \\ y=1-2t \\ z=1-t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ .

B.  $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=1-2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ .

C.  $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=1+t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ .

D.  $\begin{cases} x=1+t \\ y=1+2t \\ z=1 \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ .

Câu 49. Xét các số thực  $a, b$  thỏa mãn  $a \geq b > 1$ . Biết rằng biểu thức  $P = \frac{1}{\log_{ab} a} + \sqrt{\log_a \frac{a}{b}}$  đạt giá trị lớn nhất khi  $b = a^k$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $k \in (2; 3)$ .

B.  $k \in \left(\frac{3}{2}; 2\right)$ .

C.  $k \in (-1; 0)$ .

D.  $k \in \left(0; \frac{3}{2}\right)$ .

Câu 50. Hai ô tô xuất phát tại cùng một thời điểm trên cùng đoạn đường thẳng  $AB$ , ô tô thứ nhất bắt đầu xuất phát từ  $A$  và đi theo hướng từ  $A$  đến  $B$  với vận tốc  $v_1(t) = 2t + 1 (km/h)$ ; ô tô thứ hai xuất phát từ  $O$  cách  $A$  một khoảng  $22 km$  và đi theo hướng từ  $A$  đến  $B$  với vận tốc  $10 km/h$ , sau một khoảng thời gian người lái đạp phanh; từ thời điểm đó, ô tô thứ hai chuyển động chậm dần đều với vận tốc  $v_2(t) = -5t + 20 (km/h)$ . Hỏi sau khoảng thời gian bao lâu kể từ khi xuất phát hai ô tô đó gặp nhau.

A. 6h.

B. 8h.

C. 7h.

D. 4h.

----- HẾT -----

### Bảng Đáp Án

1.D	2.D	3.C	4.C	5.A	6.A	7.A	8.B	9.A	10.D
11.B	12.C	13.B	14.A	15.D	16.B	17.C	18.D	19.A	20.B
21.A	22.B	23.A	24.C	25.B	26.B	27.D	28.B	29.D	30.B
31.D	32.C	33.B	34.D	35.A	36.A	37.D	38.B	39.D	40.D
41.B	42.D	43.C	44.D	45.B	46.C	47.C	48.D	49.D	50.A

### Giải Chi Tiết

Câu 1. Chọn D

Ta có  $w = i\bar{z} + z$ .

(Do  $a < 1 < b$  nên  $|w| = 3\sqrt{2}$ ,  $|w| = 4\sqrt{2}$ .)

Câu 2. Chọn D

Xét các số thực  $x > 0$

$$\text{Ta có: } \sqrt{1 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+1)^2}} = \sqrt{\frac{(x^2 + x + 1)^2}{x^2(x+1)^2}} = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + x} = 1 + \frac{1}{x(x+1)} = 1 + \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}.$$

$$\text{Vậy, } f(1) \cdot f(2) \cdot f(3) \dots f(2017) = e^{\left(1 + \frac{1}{1 \cdot 2}\right) + \left(1 + \frac{1}{2 \cdot 3}\right) + \left(1 + \frac{1}{3 \cdot 4}\right) + \dots + \left(1 + \frac{1}{2017 \cdot 2018}\right)} = e^{2018 - \frac{1}{2018}} = e^{\frac{2018^2 - 1}{2018}},$$

$$\text{hay } \frac{m}{n} = \frac{2018^2 - 1}{2018}$$

Ta chứng minh  $\frac{2018^2 - 1}{2018}$  là phân số tối giản.

Giả sử  $d$  là ước chung của  $2018^2 - 1$  và  $2018$

Khi đó ta có  $2018^2 - 1 : d$ ,  $2018 : d \Rightarrow 2018^2 : d$  suy ra  $1 : d \Leftrightarrow d = \pm 1$

Suy ra  $\frac{2018^2 - 1}{2018}$  là phân số tối giản, nên  $m = 2018^2 - 1, n = 2018$ .

Vậy  $m - n^2 = -1$ .

Casio:

Các em tính  $S(1) = f(1) \rightarrow A$

SHIFT In √ 1 + 1 1 ▾ ALPHA ) x² ► + 1 1 ▾ ( ALPHA ) + 1 ) x²  
CALC 1 =



$$e^{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{(x+1)^2}}} \quad \text{Ans} \rightarrow A \quad \ln(A) \quad \frac{3}{2}$$

4.48168907      4.48168907

$$S(2) = f(1)f(2) \rightarrow B$$

**CALC** **2** **=**

$$e^{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{(x+1)^2}}} \quad \text{Ans} \times A \rightarrow B \quad \ln(B) \quad \frac{8}{3}$$

3.211270543      14.3919161

$$S(3) = f(1)f(2)f(3) \rightarrow C$$

**CALC** **3** **=**

$$e^{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{(x+1)^2}}} \quad \text{Ans} \times B \rightarrow C \quad \ln(C) \quad \frac{15}{4}$$

2.954511527      42.521082

Các em thấy nó lặp lại thành 1 quy luật là :  $S(n) = \frac{n(n+2)}{n+1}$

$$\rightarrow S(2017) = \frac{2017 \cdot 2019}{2018} \rightarrow m - n^2 = -1$$

Câu 3. Chọn C.

Casio: Các em dùng Table

Câu 4. Chọn C.

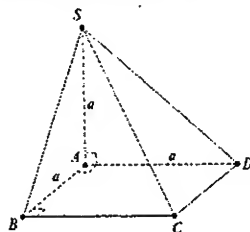
$$3! \times (402) \quad \text{Math} \quad \Delta$$

36

Câu 5. Chọn A

Từ đồ thị ta thấy hàm số đạt cực đại tại điểm  $x = 0$ .

Câu 6. Chọn A.



$$\text{Ta có } V_{S.BCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{BCD} = \frac{1}{3} a \cdot \frac{1}{2} a^2 = \frac{a^3}{6}.$$

Câu 7. Chọn A.

Phương trình hoành độ giao điểm:  $4x^4 - 2x^2 + 1 = x^2 + x + 1 \Leftrightarrow 4x^4 - 3x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$

Do đó hai đồ thị hàm số cắt nhau tại ba điểm phân biệt

Câu 8. Chọn B.

Ta có  $\int f(x) dx = \int \frac{1}{\sqrt[3]{2x}} dx = \frac{1}{2} \int \frac{1}{\sqrt[3]{2x}} d(2x) = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{2}\right) \sqrt[3]{(2x)^2} + C = \frac{3}{4} \sqrt[3]{4x^2} + C$ .

Casio: Đạo hàm các đáp án

Câu 9. Chọn A.

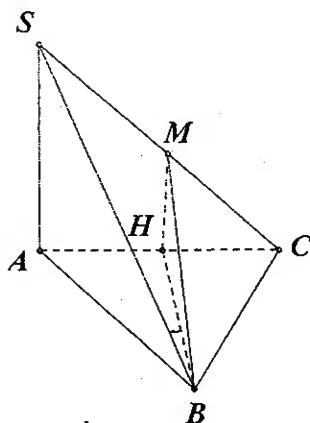
Ta có  $z = (1-i)^2 + (1+i)^2 = -2i + 2i = 0$ . Vậy phần ảo của  $z$  bằng 0.

Casio:

$(1-i)^2 + (1+i)^2$

Câu 10. Chọn D

$\frac{\sqrt{3}+2}{\sqrt{1+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}} = \frac{\sqrt{21}}{7}$



Câu 11. Chọn B.

$$\log_3 x + 1 = 0 \Leftrightarrow \log_3 x = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}.$$

Câu 12. Chọn C.

$$y + z = 0 \Leftrightarrow 0.x + y + z = 0 \Rightarrow \vec{n} = (0; 1; 1)$$

Câu 13. Chọn B.

Ta có:  $\overline{AB} = (-1; 2; 2)$ ;  $\overline{AC} = (2; 0; 1) \Rightarrow \overline{AB} \cdot \overline{AC} = -2 + 0 + 2 = 0$ . Vậy B đúng

Giải thích thêm

+  $\overline{AB} + \overline{AC} = (1; 2; 3) \neq \vec{0}$ . Vậy A sai

+  $AB = 3 \neq AC = \sqrt{5}$  nên C sai

+  $2\overline{AC} = (4; 0; 2) \neq \overline{AB}$  nên D sai

Câu 14. Chọn A.

$$y' = \frac{(3^x + 1)'}{(3^x + 1)\ln 3} = \frac{3^x \ln 3}{(3^x + 1)\ln 3} = \frac{3^x}{3^x + 1}$$

Casio: Dùng tính năng tính đạo hàm tại 1 điểm rồi xét hiệu với các đáp án

SHIFT [F5] [log] 3 [D] 3 [x^] [ALPHA] [)] [D] [+ ] 1 [D] [D] [ALPHA] [)] [D] [=] [F5] 3 [x^] [ALPHA] [)] [D]

$(3^x + 1) \Big|_{x=x} - \frac{3^x}{3^x + 1}$

CALC [2] [=]

[F5]

$\frac{d}{dx}(\log_3(3^x + 1)) \Big|_x$        $\frac{d}{dx}(\log_3(3^x + 1)) \Big|_x$   
-3.89x10<sup>-12</sup>      0°0'0"

Câu 15. Chọn D

Casio : tương tự như những đề trước thôi các em

SHIFT MODE ▾ 5 2  
MODE 7 7 SHIFT ÷ ALPHA ) X 2 x^ 7 = ALPHA )

$$f(x) = 70x \times 2^{7-x}$$

= 1 0 x^ 2 ALPHA ) ► X ( = 1 ▾ 1 0 ► ) x^ 7 = ALPHA )

$$g(x) = 4 \times \left(\frac{1}{10}\right)^{7-x}$$

= 0 = 7 = 1 =

	X	F(X)	G(X)
5	5	672	0.1
4	4	560	100
		280	100000

Câu 16. Chọn B.

$$\bar{z} = \frac{1+3i}{1-i} = -1+2i \Rightarrow z = -1-2i$$

$$w = i\bar{z} + z = i \cdot (-1+2i) + (-1-2i) = -3-3i \Rightarrow |z| = 3\sqrt{2}$$

MODE 2 SHIFT hyp ENG X = 1 + 3 ENG ▾ 1 = ENG ► + SHIFT 2 2 = 1 + 3 ENG  
▾ 1 = ENG ► ) =

$$\left| i \times \frac{1+3i}{1-i} + \text{Conjg} \left( \frac{1+3i}{1-i} \right) \right|$$

$$3\sqrt{2}$$

Câu 17. Chọn C

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 20}{x - 2} = 10 \rightarrow f(x) \approx 20$$

X?

$$\frac{3\sqrt{6 \times 19.9999 + 5} - 5}{x^2 + x - 6}$$

$$1.99999$$

$$0.160000576$$

Câu 18. Chọn D

$$\text{Đặt } z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R}) \Rightarrow \bar{z} = a - bi$$

$$\text{Ta có: } |z| = \sqrt{a^2 + b^2} \Rightarrow \begin{cases} |\bar{z}| = \sqrt{a^2 + (-b)^2} = \sqrt{a^2 + b^2} \\ |z|^2 = a^2 + b^2 \\ |\bar{z}|^2 = a^2 + b^2 \end{cases}$$

Từ đó suy ra các phương án A, B, C đúng

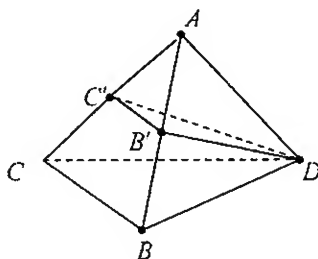
$$z^2 = (a + bi)^2 = a^2 + 2abi + (bi)^2 = a^2 - b^2 + 2abi \neq |z|^2. \text{ Vậy D sai}$$

Câu 19. Chọn A.

$$\text{Ta có: } \frac{V_{AB'C'D}}{V_{ABCD}} = \frac{AB'}{AB} \cdot \frac{AC'}{AC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}.$$

Câu 20. Chọn B.

Ta có:



$$\int \cot x dx = \int \frac{\cos x}{\sin x} dx = \int \frac{d(\sin x)}{\sin x} = \ln|\sin x| + C$$

$$\text{Mà } F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1 \Leftrightarrow \ln\left|\sin\frac{\pi}{2}\right| + C = 1 \Leftrightarrow C = 1$$

$$\text{Do đó } F(x) = \ln|\sin x| + 1$$

$$\text{Suy ra } F\left(\frac{\pi}{6}\right) = \ln\left|\sin\frac{\pi}{6}\right| + 1 = \ln\frac{1}{2} + 1 = 1 - \ln 2.$$

$$1 + \int_{\pi/2}^{\pi/6} \frac{\cos(x)}{\sin(x)} dx$$

$$1 - \ln(2)$$

$$0.3068528194$$

$$0.3068528194$$

Câu 21. Chọn A.

$$\text{Ta có } \log_2 \left( \log_{\frac{1}{2}} x \right) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \log_{\frac{1}{2}} x > 0 \\ \log_{\frac{1}{2}} x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < 1 \\ x < \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x < \frac{1}{2}.$$

Câu 22. Chọn B.

Theo đề ta có mặt cầu đường kính  $AB$  có tâm là trung điểm  $I(-1;0;1)$  của  $AB$  và

$$\text{bán kính } R = \frac{AB}{2} = \sqrt{2}.$$

Nên phương trình mặt cầu là:  $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 2$ .

Câu 23. Chọn A.

$$\log_{27} \left( \frac{a^3}{b} \right) = \log_{3^3} a^3 - \log_{3^3} b = \log_3 a - \frac{\ln b}{\ln 3^3} = \log_3 a - \frac{\ln b}{3 \ln 3}. \text{ Vậy A đúng}$$

Câu 24. Chọn C

$$5^{x+2y} + \frac{3}{3^{xy}} + x + 1 = \frac{5^{xy}}{5} + 3^{-x-2y} + y(x-2)$$

$$\Leftrightarrow 3^{1-xy} - 3^{-x-2y} + x + 1 = 5^{xy-1} - 5^{x+2y} + xy - 2y$$

$$\Leftrightarrow \left( \frac{1}{3} \right)^{xy-1} - \left( \frac{1}{3} \right)^{x+2y} + x + 1 = 5^{xy-1} - 5^{x+2y} + xy - 2y$$

$$\Leftrightarrow 5^{xy-1} - \left( \frac{1}{3} \right)^{xy-1} + (xy-1) = 5^{x+2y} - \left( \frac{1}{3} \right)^{x+2y} + (x+2y)$$

$$\text{Xét hàm : } f(t) = 5^t - \left( \frac{1}{3} \right)^t + t = 5^t - 3^{-t} + t, f'(t) = 5^t \ln 5 + 3^{-t} \ln 3 + 1 > 0$$

$$\text{Do đó hàm đồng biến } \Rightarrow xy-1 = x+2y \rightarrow x = \frac{2y+1}{y-1} \rightarrow T = y + \frac{2y+1}{y-1}$$

Casio : Thường thì anh sẽ cho  $Y=100$  nhưng do số mũ quá to nên các em chỉ cần lấy  $Y=20$  và SOLVE bằng Vinacal nhé chứ Casio không ra

Y? Math 0 --- + 3XY + A + 1 - P X  
 X= 2.157894737  
 20 L-R= 0 41/19

$$\frac{41}{19} = \frac{2 \cdot 20 + 1}{20 - 1} = \frac{2y + 1}{y - 1} \rightarrow T = y + \frac{2y + 1}{y - 1} \text{ Dùng Table là xong}$$

Math 6.5 Math 6.464705882 Math 3+2√3 6.464101615

Câu 25. Chọn B.

Cách 1:

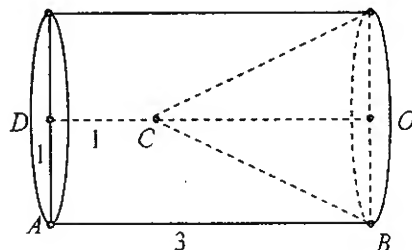
Gọi  $V_1$  là khối tròn xoay tạo thành khi cho hình chữ nhật  $ABOD$  quanh trục  $CD$ .

Ta có:  $V_1 = \pi AD^2 \cdot AB = 3\pi$

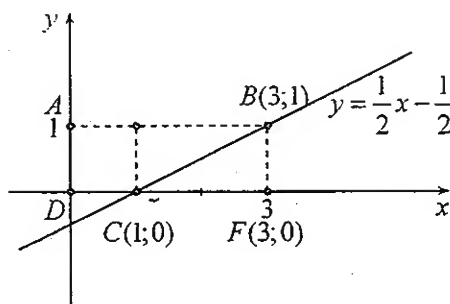
Gọi  $V_2$  là khối tròn xoay tạo thành khi cho tam giác  $CBO$  quanh trục  $CD$ .

Ta có:  $V_2 = \frac{1}{3} \pi \cdot OB^2 \cdot CO = \frac{2}{3} \pi$ .

Vậy thể tích khối tròn xoay cần tìm là  $V = V_1 - V_2 = \frac{7}{3} \pi$ .



Cách 2:



Gắn hình thang  $ABCD$  vào hệ trục tọa độ như hình vẽ

Ta có phương trình đường thẳng  $AB: y = 1$

Đường thẳng  $CB$  qua  $C(1;0)$ ,  $B(3;1)$  nên có phương trình là  $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$

Gọi  $V_1$  là thể tích vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi  $\begin{cases} y=1; y=0 \\ x=0; x=3 \end{cases}$  quanh  $Ox$

Gọi  $V_2$  là thể tích vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi ss quanh  $Ox$

Gọi  $V$  là thể tích cần tìm:  $V = V_1 - V_2 = \pi \int_0^3 1^2 dx - \pi \int_1^3 \left( \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} \right)^2 dx = \frac{7\pi}{3}$ .

Câu 26. Chọn B.

Gọi  $R$  là bán kính đáy của phễu. Thể tích của phễu là  $V_0 = \frac{1}{3} \pi R^2 \cdot h = \frac{20\pi}{3} R^2$

Xét hình H1:

Do chiều cao của phễu là  $20cm$ , cột nước cao  $10cm$  nên bán kính đường tròn thiết diện tạo bởi mặt nước và thành phễu là  $\frac{R}{2}$ .

Suy ra thể tích của nước trong phễu là  $V_1 = \frac{1}{3} \pi \left( \frac{R}{2} \right)^2 \cdot 10 = \frac{5\pi R^2}{6}$ .

Xét hình H2:

Gọi  $x$  là chiều cao cột nước trong phễu. Dựa vào tam giác đồng dạng ta tìm được bán kính đường tròn giao tuyến của mặt nước và thành phễu là  $\frac{20-x}{20} R$  ( $0 < x < 20$ )

Thể tích phần không chứa nước là  $V_2 = \frac{1}{3} \pi \left( \frac{20-x}{20} R \right)^2 (20-x) = \frac{\pi R^2}{1200} (20-x)^3$

Suy ra thể tích nước là:  $V_1 = V_0 - V_2$

$$\Leftrightarrow \frac{5\pi}{6} R^2 = \frac{20\pi}{3} R^2 - \frac{\pi R^2}{1200} (20-x)^3 \Leftrightarrow x = 20 - \sqrt[3]{7000} \approx 0,87$$

Câu 27. Chọn D.



Trong các phương án, tất cả các đường thẳng đều có vectơ chỉ phương cùng phương với  $\overline{AB} = (-1; -1; 5)$ . Lấy  $A(2; 3; -1)$  thay vào các phương án

Đáp án A:  $\frac{2-1}{1} = \frac{3-2}{1} = \frac{-1-4}{-5} : TM$

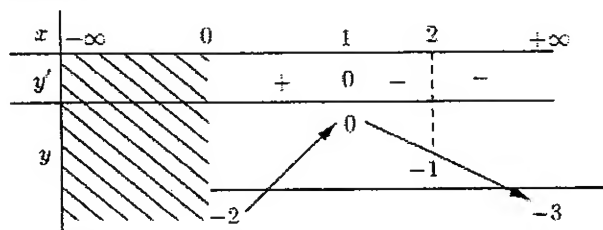
Đáp án B:  $\begin{cases} 2 = 1 - t \\ 3 = 2 - t \\ -1 = 4 + 5t \end{cases}$

Đáp án C:  $\begin{cases} 2 = 2 - t \\ 3 = 3 - t \\ -1 = -1 + 5t \end{cases} \Leftrightarrow t = 0 : TM$

Đáp án D:  $\frac{2+2}{1} = \frac{3+3}{1} = \frac{-1-1}{-5} : KTM$ . Vậy đáp án D

Câu 28. Chọn B.

$y = m$



Đường thẳng  $y = m$  có vị trí như trên thì thỏa điều kiện bài toán.

Vậy  $-2 < m < -1$  là giá trị cần tìm.

Câu 29. Chọn D.

Đặt  $t = \sqrt{x+1} \Rightarrow \begin{cases} t^2 = x+1 \\ dx = 2t dt \end{cases}$  Đổi cận: Với  $x=0 \Rightarrow t=1$ , Với  $x=3 \Rightarrow t=2$

Khi đó:  $4 = \int_0^3 f(\sqrt{x+1}) dx = \int_1^2 2t \cdot f(t) dt = 2 \int_1^2 x \cdot f(x) dx = 2I$ .

Vậy  $I = \frac{1}{2} \cdot 4 = 2$ .

Casio : Các em chọn hàm thỏa mãn, mình xét hàm đơn giản  $f(x) = x \rightarrow f(\sqrt{x+1}) = \sqrt{x+1}$

$$\int_0^3 \sqrt{x+1} dx \quad \frac{14}{3} \quad \int_0^3 \sqrt{x+1} \times \frac{3}{14} \times 4 dx \quad 4 \quad \int_1^2 x \times x \times \frac{3}{14} \times 4 dx \quad 2$$

Câu 30. Chọn B.

Mặt cầu (S) có tâm  $I(2;1;1)$  và bán kính  $R=1$ .

Để mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) tiếp xúc với nhau thì :

$$d[I;(P)] = R \Leftrightarrow \frac{|2.2+1-2+m|}{3} = 1 \Leftrightarrow |m+3| = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} m+3=3 \\ m+3=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=0 \\ m=-6 \end{cases}$$

Vì  $m$  không âm nên  $m=0$  là giá trị cần tìm.

Câu 31. Chọn D

$$|z^2 + 4| = 2|z| \Leftrightarrow |(a+bi)^2 + 4| = 2\sqrt{a^2 + b^2} \Leftrightarrow \sqrt{(a^2 - b^2 + 4)^2 + (2ab)^2} = 2\sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\Leftrightarrow (a^2 - b^2)^2 + 8(a^2 - b^2) + 16 + 4a^2b^2 = 4(a^2 + b^2)$$

$$\Leftrightarrow 8(b^2 - a^2) - 12 = (a^2 - b^2)^2 + 4a^2b^2 - 4(a^2 + b^2) + 4$$

$$\Leftrightarrow 8(b^2 - a^2) - 12 = (a^2 + b^2)^2 - 4(a^2 + b^2) + 4$$

$$\Leftrightarrow 8(b^2 - a^2) - 12 = (a^2 + b^2 - 2)^2$$

$$\Rightarrow P = 8(b^2 - a^2) - 12 = (a^2 + b^2 - 2)^2 = (|z|^2 - 2)^2$$

Casio:

Ở bài toán này chỉ với điều kiện  $|z^2 + 4| = 2|z|$  ta không thể giải ra được điều kiện cụ thể do

đó ta sẽ chọn  $b = \sqrt{3} \rightarrow z = a + i\sqrt{3}$  và tiến hành giải phương trình tìm  $a$

$$|z^2 + 4| = 2|z| \rightarrow |a^2 + 3i^2 + 2\sqrt{3}ai + 4| = 2|a + i\sqrt{3}| \rightarrow (a^2 + 1)^2 + 12a^2 - 4(a^2 + 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow (a^2 + 1)^2 + 10a^2 - 11 = 0 \rightarrow \begin{cases} a^2 = 1 \\ a^2 = -11 \end{cases} \rightarrow a = 1 \rightarrow z = 1 + i\sqrt{3} \rightarrow D$$

Ngoài ra các em có thể chọn  $b = 2 \rightarrow z = a + 2i$

$$|z^2 + 4| = 2|z| \rightarrow |a^2 + 4i^2 + 4ai + 4| = 2|a + 2i| \rightarrow a^4 + 16a^2 - 4(a^2 + 4) = 0$$

$$\begin{array}{l} \text{M} \quad \text{CPLX} \quad \text{Math} \quad \text{M} \quad \text{CPLX} \quad \text{Math} \\ X^4 + 16X^2 - 4(X^2 + 4) \quad \leftarrow (|X+2i|^2 - 2)^2 \quad 8(4-X^2) - 12 - (|X+2i|^2 - 2)^2 \\ X = 1.100501045 \quad \leftarrow \quad 0 \\ L-R = 0 \end{array}$$

Câu 32. Chọn C

Ta có  $V_k = \pi \int_1^k \ln x dx$

Đặt  $\begin{cases} u = \ln x \\ dv = dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{dx}{x} \\ v = x \end{cases}$  Khi đó  $V_k = \pi \left( x \ln x \Big|_1^k - \int_1^k dx \right)$

$$V_k = \pi(k \ln k - k + 1) = \pi \Leftrightarrow \ln k = 1 \Leftrightarrow k = e \in (2; 3)$$

Câu 33. Chọn B

Thể tích của chiếc thùng là  $1m^3$ .

Từ giả thiết ta thấy khối nón có chiều cao  $h$  bằng cạnh hình lập phương, bán kính đáy  $r$  bằng bán kính đường tròn nội tiếp hình vuông cạnh bằng  $1m$ . Suy ra:  $h = 1m, r = \frac{1}{2}m$ .

Thể tích nước trào ra bằng thể tích nón và bằng  $V_1 = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{\pi}{12} (m^3)$ . Thể tích lượng nước

còn lại là  $V_2 = 1 - \frac{\pi}{12} = \frac{12 - \pi}{12} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi}{12 - \pi}$ .

Câu 34. Chọn D

Đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $M(0;1;0)$  có VTCP  $\vec{u} = (1;1;-2)$ .

Mặt phẳng  $(P)$  có VTPT  $\vec{n} = (1;m;m^2)$ .

$$\Delta // (P) \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u} \cdot \vec{n} = 0 \\ M \notin (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + m - 2m^2 = 0 \\ m - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = -\frac{1}{2}$$

Câu 35. Chọn A

Tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ .

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x(\sqrt{x^2+3}-2)}{x^2+2x+1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 \left( \sqrt{1+\frac{3}{x^2}} - \frac{2}{x} \right)}{x^2 \left( 1 + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} \right)} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x(\sqrt{x^2+3}-2)}{x^2+2x+1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^2 \left( \sqrt{1+\frac{3}{x^2}} - \frac{2}{x} \right)}{x^2 \left( 1 + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} \right)} = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x(\sqrt{x^2+3}-2)}{x^2+2x+1} = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x(x^2-1)}{(x^2+2x+1)(\sqrt{x^2+3}+2)} = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x(x-1)}{(x+1)(\sqrt{x^2+3}+2)} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x(\sqrt{x^2+3}-2)}{x^2+2x+1} = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x(x^2-1)}{(x^2+2x+1)(\sqrt{x^2+3}+2)} = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x(x-1)}{(x+1)(\sqrt{x^2+3}+2)} = -\infty$$

Vậy đồ thị (C) có một tiệm cận đứng và hai tiệm cận ngang.

Casio: Calc rất đơn giản nhé em

Câu 36. Chọn A.

Diện tích hình phẳng cần tính là:

$$\begin{aligned} \int_k^3 |2-x| dx &= \int_k^2 (2-x) dx + \int_2^3 (x-2) dx = \left( 2x - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_k^2 + \left( \frac{x^2}{2} - 2x \right) \Big|_2^3 \\ &= 2 - \left( 2k - \frac{k^2}{2} \right) + \frac{1}{2} = \frac{k^2}{2} - 2k + \frac{5}{2} \end{aligned}$$

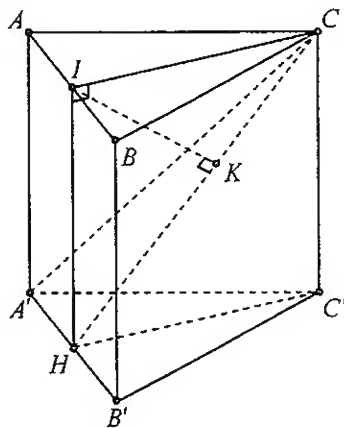
$$\text{Do } S_k = 16 \text{ nên } \frac{k^2}{2} - 2k + \frac{5}{2} = 16 \Leftrightarrow \begin{cases} k = 2 - \sqrt{31} \\ k = 2 + \sqrt{31} \end{cases} \text{ Do điều kiện nên ta nhận}$$

$$k = 2 - \sqrt{31}.$$

Câu 37. Chọn D.

Gọi  $h$  là chiều cao của lăng trụ. Ta có:  $h = \frac{V_{ABC.A'B'C'}}{S_{ABC}} = \frac{\frac{3a^3}{4}}{\frac{a^2\sqrt{3}}{4}} = a\sqrt{3}$

Gọi  $I, H$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $A'B'$ . Ta có:  $CI = \frac{a\sqrt{3}}{2}; IH = h = a\sqrt{3}$



Vì  $AB \parallel A'B'$  nên  $AB \parallel (A'B'C)$  chứa  $A'C$

Vậy  $d(AB, A'C) = d(AB, (A'B'C)) = d(I, (A'B'C))$

Ta có:  $\begin{cases} A'B' \perp IC \\ A'B' \perp IH \end{cases} \Rightarrow A'B' \perp (IHC)$

$\Rightarrow (A'B'C) \perp (IHC)$  và  $(A'B'C) \cap (IHC) = HC$

Trong  $\Delta IHC$ : Hạ  $IK \perp HC \Rightarrow IK \perp (A'B'C) \Rightarrow d(I, (A'B'C)) = IK$

Trong  $\Delta IHC$ :  $\frac{1}{IK^2} = \frac{1}{IH^2} + \frac{1}{IC^2}$

$\frac{1}{IK^2} = \frac{1}{(a\sqrt{3})^2} + \frac{4}{(a\sqrt{3})^2} \Rightarrow IK = \frac{a\sqrt{15}}{5}$

Câu 38. Chọn B.

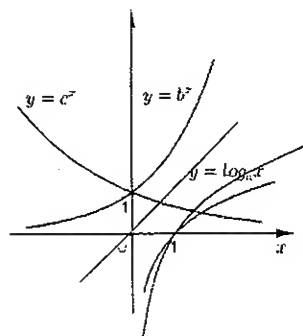


Hàm số  $y = c^x$  là hàm nghịch biến nên  $0 < c < 1$

Hàm số  $y = b^x$  là hàm đồng biến nên  $b > 1$ .

Hàm số  $y = \log_a x$  là hàm đồng biến nên  $a > 1$ .

Lấy đối xứng đồ thị hàm số  $y = b^x$  qua đường thẳng  $y = x$  ta được đồ thị hàm số  $y = \log_b x$  (Hình vẽ)



Ta thấy:

Với  $0 < x < 1$  thì  $\log_b x < \log_a x < 0$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\log_x b} < \frac{1}{\log_x a} < 0 \Leftrightarrow \log_x b > \log_x a \Leftrightarrow b < a$$

Với  $x > 1$  thì  $\log_b x > \log_a x > 0$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\log_x b} > \frac{1}{\log_x a} > 0 \Leftrightarrow \log_x b < \log_x a \Leftrightarrow b < a$$

Vậy  $c < b < a$

Câu 40. Chọn D.

Gọi  $x$  là giá giảm trên một sản phẩm, khi đó sẽ bán thêm được  $20x$  sản phẩm.

Vậy lợi nhuận thu được bằng:

$$\begin{aligned} L(x) &= (25 + 20x)(10 - x - 5) = -20x^2 + 75x + 125 \\ &= -20\left(x - \frac{15}{8}\right)^2 + \frac{3125}{16} \leq \frac{3125}{16}; (0 < x < 5) \end{aligned}$$

Lợi nhuận tối đa thu được là  $\frac{3125}{16} = 195,3125$  USD khi  $x = \frac{15}{8} \in (0; 5)$  hay giá bán một sản phẩm là  $10 - \frac{15}{8} = 8,125$  USD

**Câu 41. Chọn B.**

Nhìn đồ thị hàm số  $s$  ta thấy  $a > 0$ . Đồ thị cắt trục tung tại điểm nằm dưới trục hoành nên  $d < 0$ .

Ta có  $y' = 3ax^2 + 2bx + c$ .

Do cực tiểu của hàm số thuộc trục tung và  $x = 0$  là nghiệm của phương trình  $y' = 0 \Rightarrow c = 0$ .

$$\text{Lại có } 3ax^2 + 2bx = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -\frac{2b}{3a} \end{cases}$$

Từ đồ thị suy ra  $x = -\frac{2b}{3a}$  là điểm cực đại của hàm số và  $x = -\frac{2b}{3a} < 0 \Rightarrow a > 0, b > 0$

**Câu 42. Chọn D.**

Đường thẳng  $d: y = x + 2$  có 1 VTCP là  $\vec{u} = (1; 1)$

$$y' = 6x^2 - 6(m+1)x + 6m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = m \end{cases}$$

Hàm số có 2 cực trị khi  $m \neq 1$ , khi đó  $A(1; 3m-1), B(m; -m^3 + 3m^2)$ ,

$$\overline{AB} = (m-1; -m^3 + 3m^2 - 3m + 1).$$

$$AB \perp d \Leftrightarrow \overline{AB} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow -m^3 + 3m^2 - 3m + 1 + m - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \text{ (l)} \\ m = 2 \text{ (n)} \\ m = 0 \text{ (n)} \end{cases}$$

Kết hợp điều kiện ta có:  $m = 0$  và  $m = 2$ .

Casio : Các em sử dụng công thức kết hợp với số phức để viết nhanh phương trình qua 2

$$\text{cực trị } y_{\alpha} = y - \frac{y' \cdot y''}{18a}$$

MODE 2



MODE 2 2 ALPHA ) SHIFT x<sup>2</sup> = 3 ( ALPHA S<sup>w</sup>D + 1 ) ALPHA ) x<sup>2</sup> + 6 ALPHA S<sup>w</sup>D ALPHA )  
 = 6 ( ALPHA ) x<sup>2</sup> = 6 ( ALPHA S<sup>w</sup>D + 1 ) ALPHA ) + 6 ALPHA S<sup>w</sup>D ) ( 1 2  
 ALPHA ) = 6 ( ALPHA S<sup>w</sup>D + 1 ) ) 1 8 X 2  
 Cmplx Math  

$$\frac{2-6(Y+1)X+6Y}{18 \times 21}$$

CALC ENG 1 0 0  
 Cmplx Math  

$$2X^3 - 3(Y+1)X^2 + 6Y$$
  
 10100-9801i

$$10100 - 9801i = -(100^2 - 2 \cdot 100 + 1)i + (100^2 + 100) = -(m^2 - 2m + 1)x + m^2 + m$$

$$\rightarrow y_a = -(m^2 - 2m + 1)x + m^2 + m$$

Ta có :  $-(m^2 - 2m + 1) \cdot 1 = -1 \Leftrightarrow m^2 - 2m = 0 \Leftrightarrow m = 0, m = 2$

Câu 43. Chọn C.

Viết lại phương trình :  $m = -e^{\frac{x}{2}} + \sqrt[4]{e^{2x} + 1}$

Đặt  $t = e^{\frac{x}{2}} (t > 0)$  ta có phương trình  $m = -t + \sqrt[4]{t^4 + 1} = f(t), t > 0$

$$f'(t) = -1 + \frac{t^3}{\sqrt[4]{(t^4 + 1)^3}} < 0, \forall t > 0$$

BBT

$t$	0	$+\infty$
$f'(t)$		-
$f(t)$	1	0

Vậy phương trình có nghiệm khi  $0 < m < 1$

Casio : Sử dụng Table để xét các giá trị m đặc trưng

Câu 44. Chọn D.

$$\frac{2}{z_1} + \frac{1}{z_2} = \frac{1}{z_1 + z_2} \Leftrightarrow \frac{2z_2 + z_1}{z_1 z_2} = \frac{1}{z_1 + z_2} \Leftrightarrow (2z_2 + z_1)(z_1 + z_2) - z_1 z_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2z_1 z_2 + 2z_2^2 + z_1^2 + z_1 z_2 - z_1 z_2 = 0 \Leftrightarrow 2z_1 z_2 + 2z_2^2 + z_1^2 = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{z_1}{z_2}\right)^2 + 2\frac{z_1}{z_2} + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{z_1}{z_2} = -1 - i \\ \frac{z_1}{z_2} = -1 + i \end{cases} \Rightarrow \left|\frac{z_1}{z_2}\right| = \sqrt{2}; \left|\frac{z_2}{z_1}\right| = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow P = \sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

Casio : Các em chọn  $z_2 = i$  các em sẽ dùng thuật toán Newton - Raphson để nghiệm  $z_1$

Theo công thức :  $X = X - \frac{f(X)}{f'(X)}$  nhập vào máy tính như sau:

MODE 2

ALPHA ALPHA CALC ALPHA ) - = 2 ALPHA ) > + = 1 ENG > - = 1 >

ALPHA ) + ENG > - = 2 > ALPHA )  $x^2$  > + = 1 > ( ALPHA ) + ENG )  $x^2$

CMPLX DS Math

$X_1 = \frac{\frac{X}{2} + \frac{1}{X+i}}{-\frac{2}{X^2} + \frac{1}{(X+i)^2}}$

CALC 1 + ENG = tới khi kết quả không thay đổi

CMPLX DS Math

$X_1 = X - \frac{\frac{X}{2} + \frac{1}{X+i}}{-\frac{2}{X^2} + \frac{1}{(X+i)^2}}$

1-i

Vậy được  $z_1 = 1 - i$  thay vào tính P là xong :

CMPLX DS Math

$\left|\frac{X}{i}\right| + \left|\frac{i}{X}\right| = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

□

Hoặc các em có thể quy đồng lên được phương trình :  $ix^2 - 2x - 2i = 0$  rồi giải sẽ dễ hơn.

Câu 45. Chọn B.

Áp dụng công thức lãi kép ta có:

$$P_n = P_0(1+r)^n \Leftrightarrow 600 = 300(1+8,1\%)^n \Leftrightarrow n = \log_{1+8,1\%} 2 \approx 8,699$$

Chọn  $n = 9$ .

Câu 46. Chọn C.

Đặt  $A(a;0;0)$ ,  $B(0;b;0)$ . Không mất tính tổng

quát, giả sử  $a, b > 0$ . Vì

$$OA + OB = OC \Leftrightarrow a + b = 1.$$

Gọi  $(I; R)$  là mặt cầu ngoại tiếp tứ diện  $OABC$

và  $H$  là hình chiếu của  $I$  lên mặt phẳng  $Oxy$ .

Khi đó,  $H$  cách đều ba đỉnh  $O, A, B$  nên nó là tâm của đường tròn ngoại tiếp  $\triangle OAB$ .

Do  $\triangle OAB$  vuông tại  $O$  nên  $H$  là trung điểm của  $AB$

$$\text{Ta có: } OH = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2}$$

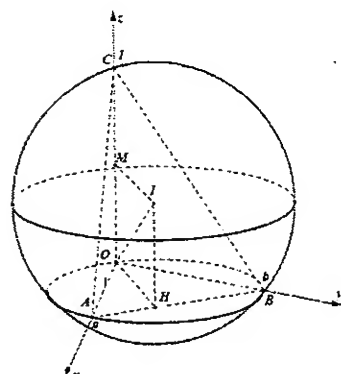
Gọi  $M$  là trung điểm của  $SC$ . Vì  $IO = IC$  nên  $\triangle IOC$  cân tại  $I$

$$\Rightarrow IM \perp OC \Rightarrow IMOH \text{ là hình chữ nhật.}$$

$$\text{Do đó } R = \sqrt{IM^2 + OM^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{a^2 + b^2}{4}} \quad (\text{Do } OH = IM)$$

$$= \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{4}(a^2 + b^2)} \stackrel{BCS}{\geq} \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{(a+b)^2}{2}} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{8}} = \frac{\sqrt{6}}{4}$$

$$\text{Vậy Min } R = \frac{\sqrt{6}}{4}.$$

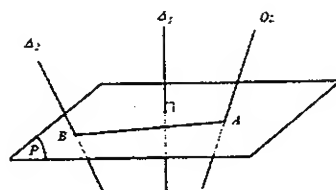


Câu 47. Chọn C.

$$\text{Vì } (P) \perp \Delta_1 \Rightarrow (P) \text{ có dạng: } 2x - y + z + D = 0.$$

$$\text{Vì } (P) \cap Oz = A \Rightarrow A(0;0;-D).$$

$$\text{Vì } (P) \cap \Delta_2 = B \Rightarrow B(1-D; -2D; -2-D).$$



$$\Rightarrow \overline{AB} = (1-D; -2D; -2)$$

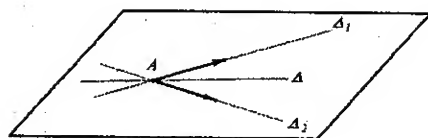
$$\Rightarrow AB = \sqrt{(1-D)^2 + 4D^2 + 4}$$

$$= \sqrt{5D^2 - 2D + 5}$$

$$= \sqrt{5\left(D - \frac{1}{5}\right)^2 + \frac{24}{5}} \geq \sqrt{\frac{24}{5}} = \frac{2\sqrt{30}}{5}$$

Câu 48. Chọn D.

Gọi  $d$  trình đường phân giác của góc nhọn tạo bởi  $\Delta_1$ ,  $\Delta_2$  và nằm trong mặt phẳng  $(P)$ .



▪ Trên  $\Delta_1$  có  $\begin{cases} M_1(1;1;1) \\ \vec{u}_1 = (1;2;2) \end{cases}$

▪ Trên  $\Delta_2$  có  $\begin{cases} M_2(0;-1;3) \\ \vec{u}_2 = (1;2;-2) \end{cases}$

Gọi  $\Delta_1 \cap \Delta_2 = A \Rightarrow$  Tọa độ  $A$  là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{2} \\ \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{-2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=1 \end{cases} \Rightarrow A(1;1;1)$$

Ta có  $\cos(\vec{u}_1; \vec{u}_2) = \frac{1}{3} > 0 \Rightarrow (\Delta_1; \Delta_2) = (\vec{u}_1; \vec{u}_2)$

▪ Vectơ đơn vị của đường thẳng  $\Delta_1$  là  $\vec{v}_1 = \frac{\vec{u}_1}{|\vec{u}_1|} = \left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$

▪ Vectơ đơn vị của đường thẳng  $\Delta_2$  là  $\vec{v}_2 = \frac{\vec{u}_2}{|\vec{u}_2|} = \left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}; -\frac{2}{3}\right)$

Vectơ chỉ phương của đường thẳng  $d$  là  $\vec{u}_d = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 = \left(\frac{2}{3}; \frac{4}{3}; 0\right)$  hay  $\vec{u} = (1;2;0)$

Vậy đường thẳng  $d$  đi qua  $M(1;1;1)$  nhận  $\vec{u} = (1;2;0)$  làm VTCP là

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = 1 \end{cases}$$

Câu 49. Chọn D.

$$\text{Ta có } P = \frac{1}{\log_{ab} a} + \sqrt{\log_a \frac{a}{b}} = \log_a ab + \sqrt{1 - \log_a b} = 1 + \log_a b + \sqrt{1 - \log_a b}$$

$$a \geq b > 1 \text{ và } b = a^k \text{ suy ra } a^k \leq a \Rightarrow k \leq 1.$$

$$\text{Khi } b = a^k \Rightarrow P = 1 + k + \sqrt{1 - k}. \text{ Đặt } t = \sqrt{1 - k} (t \geq 0). \text{ Với } k \leq 1.$$

$$\Rightarrow P = -t^2 + t + 2 = f(t), t \geq 0$$

$$\text{Khảo sát hàm số } f(t) \text{ trên } [0; +\infty) \text{ ta có } \max_{t \in [0; +\infty)} f(t) = f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{9}{4}$$

$$\Rightarrow k = \frac{3}{4} \in \left(0; \frac{3}{2}\right).$$

Casio:

Chọn b=1.1 sau đó dùng Table kiểm tra xem b bằng bao nhiêu hàm đạt giá trị lớn nhất



Sart 1.1= End 3= Step 0.1=

X	F(X)
1.1	2.213585234
1.2	2.1612
1.3	2.1298
1.4	2.1298

Vậy b=1.2 thì hàm gần đạt giá trị lớn nhất

$$\text{Do đó: } k = \log_a b = \log_{1.2} 1.1 = 0.523 \rightarrow D$$

Nếu em cẩn thận thì sau khi xác định được khoảng chứa max thì mình sẽ xét khoảng nhỏ hơn từ 1.1 đến 1.4 với step 0.025 thì độ chính xác sẽ cao hơn.

The image shows a CASIO calculator screen with the following data:

- Top left: A table of values for  $f(x)$  at  $x = 1.125, 1.15, 1.175$ . The values are approximately 2.206, 2.204, and 2.2305 respectively.
- Top right: The expression  $\log_{1.15}(1.1)$  is displayed.
- Bottom left: The value  $2.245908831$  is shown.
- Bottom right: The value  $0.6819465885$  is shown.

Câu 50. Chọn A.

Khoảng thời gian xe 2 xuất phát đến lúc đạp phanh là:  $t = 2h$ .

Quãng đường các xe đi được trong khoảng thời gian trên:

- Xe 1: Đi từ A đến C là  $AC = \int_0^2 (2t+1) dt = 6 \text{ km}$

- Xe 2: : Đi từ O đến D là  $OD = 2.10 = 20 \text{ km}$

$$\Rightarrow CD = 22 + 20 - 6 = 36 \text{ km}.$$

Chọn mốc thời gian tại vị trí xuất phát, sau thời gian  $t_1$  hai xe gặp nhau. Hai xe đang ở các vị trí tức thời C, D

- Li độ xe 1 là  $X_1 = \int_2^{t_1} (2t+1) dt \text{ (km)}$

- Li độ xe 2 là:  $X_2 = \int_2^{t_1} (-5t+20) dt + CD \text{ (km)}$

$$\text{Để 2 xe gặp nhau thì: } X_1 = X_2 \Leftrightarrow \int_2^{t_1} (2t+1) dt = \int_2^{t_1} (-5t+20) dt + 36 \Leftrightarrow t_1 = 6(h).$$

Vậy sau khoảng thời gian là 6h hai xe gặp nhau.

CASIO LUYỆN ĐỀ THPT QG

KỶ THI THPT QUỐC GIA NĂM 2018

ĐỀ THI THAM KHẢO

Bài Thi : Toán

Đề Luyện Tập Số 6

Thời gian làm bài: 90 phút

Câu 1. Cho hai số thực dương  $a, b$  thỏa  $\log_4 a = \log_6 b = \log_9 (a+b)$ . Tính  $\frac{a}{b}$ .

A.  $\frac{1}{2}$ .

B.  $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ .

C.  $\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$ .

D.  $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ .

Câu 2. Một chiếc hộp hình trụ được dùng để chứa 1 lít dầu. Kích thước hình trụ thỏa điều kiện gì để chi phí về kim loại dùng để sản xuất vỏ hộp là tối thiểu.

A. Chiều cao gấp hai lần đường kính đáy.

B. Chiều cao gấp ba lần đường kính đáy.

C. Chiều cao gấp hai lần bán kính đáy.

D. Chiều cao gấp ba lần bán kính đáy.

Câu 3. Ông Nam gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kì hạn 1 năm với lãi suất là 12% một năm. Sau  $n$  năm ông Nam rút toàn bộ số tiền (cả vốn lẫn lãi). Tìm số nguyên dương  $n$  nhỏ nhất để số tiền lãi nhận được lớn hơn 140 triệu đồng (giả sử lãi suất hàng năm không thay đổi)

A. 4.

B. 5.

C. 2.

D. 3.

Câu 4. Với  $m$  là tham số thực dương khác 1. Tìm tập nghiệm  $S$  của bất phương trình  $\log_m (2x^2 + x + 3) \leq \log_m (3x^2 - x)$ . Biết  $x = 1$  là một nghiệm của bất phương trình đã cho.

A.  $S = [-1; 0) \cup \left(\frac{1}{3}; 3\right]$ .

B.  $S = [-1; 0) \cup \left(\frac{1}{3}; 2\right]$ .

C.  $S = (-2; 0) \cup \left(\frac{1}{3}; 3\right]$ .

D.  $S = (-1; 0) \cup (1; 3]$ .

Câu 5. Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(2;1;0)$  và đường thẳng  $\Delta$  có phương trình

$\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$ . Viết phương trình đường thẳng  $d$  đi qua  $M$ , cắt và vuông góc với đường thẳng  $\Delta$ .

A.  $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z}{1}$ .

B.  $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z}{1}$ .

C.  $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z}{1}$ .

D.  $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z}{-2}$ .

Câu 6. Tìm tất cả các giá trị thực của  $m$  để hàm số  $y = \frac{9}{8}x^4 + 3(m-2017)x^2 - 2016$  có 3 cực trị

A.  $m \leq 2015$ .

B.  $m < 2017$ .

C.  $m \geq 2016$ .

D.  $m \geq -2017$ .

Câu 7. Cho hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi các đường  $y = \ln x; y = 0; x = k (k > 1)$ . Tìm  $k$  để diện tích hình phẳng  $(H)$  bằng 1 (đvdt).

A.  $k = e$ .

B.  $k = e^2$ .

C.  $k = 2$ .

D.  $k = e^3$ .

Câu 8. Tìm tất cả các giá trị thực  $k$  để phương trình  $\left| -2x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 3x + \frac{1}{2} \right| = \left| \frac{k}{2} - 1 \right|$  có đúng 4 nghiệm phân biệt.

A.  $k \in \left( \frac{19}{4}; 5 \right)$ .

B.  $k \in \emptyset$ .

C.  $k \in (-2; -1) \cup \left( 1; \frac{19}{4} \right)$ .

D.  $k \in \left( -2; -\frac{3}{4} \right) \cup \left( \frac{19}{4}; 6 \right)$ .

Câu 9. Hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ ,  $BA = 3a$ ,  $BC = 4a$ ,  $(SBC) \perp (ABC)$ . Biết  $SB = 6a$ ,  $\angle SBC = 60^\circ$ . Tính khoảng cách từ  $\tilde{B}$  đến  $(SAC)$ .

A.  $\frac{17a\sqrt{57}}{57}$ .

B.  $\frac{16a\sqrt{57}}{57}$ .

C.  $\frac{6a\sqrt{57}}{19}$ .

D.  $\frac{19a\sqrt{57}}{57}$ .



Câu 10. Tìm số hạng không chứa  $x$  trong phần khai triển nhị thức Newton  $\left(x - \frac{2}{x^2}\right)^{21}$ ,  $(x \neq 0, n \in \mathbb{N}^*)$ .

- A.  $2^7 C_{21}^7$ .                      B.  $2^8 C_{21}^8$ .                      C.  $-2^8 C_{21}^8$ .                      D.  $-2^7 C_{21}^7$ .

Câu 11. Cho hàm số  $y = \frac{x+b}{ax-2}$  có đồ thị hàm số  $(C)$ . Biết rằng  $a, b$  là các giá trị thực sao cho tiếp tuyến của  $(C)$  tại điểm  $M(1; -2)$  song song với đường thẳng  $d: 3x + y - 4 = 0$ . Khi đó giá trị của  $a + b$  bằng

- A. 0.                      B. -1.                      C. 2.                      D. 1.

Câu 12. Tìm số phức  $z$  sao cho  $|z - (3 + 4i)| = \sqrt{5}$  và biểu thức  $P = |z + 2|^2 - |z - i|^2$  đạt giá trị lớn nhất.

- A.  $z = 2 + i$ .                      B.  $z = 5 + 5i$ .                      C.  $z = 2 + 2i$ .                      D.  $z = 4 + 3i$ .

Câu 13. Có bao nhiêu điểm  $M$  thuộc đồ thị hàm số  $y = \frac{x+2}{x-1}$  sao cho khoảng cách từ  $M$  đến trục tung bằng hai lần khoảng cách từ  $M$  đến trục hoành.

- A. 3.                      B. 2.                      C. 0.                      D. 1.

Câu 14. Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A, B$  có tọa độ lần lượt là  $A(-2; 3; 1)$  và  $B(5; -6; -2)$ . Đường thẳng  $AB$  cắt mặt phẳng  $(Oxz)$  tại  $M$ . Tính tỉ số  $\frac{AM}{BM}$ .

- A.  $\frac{1}{2}$ .                      B.  $\frac{1}{3}$ .                      C. 3.                      D. 2.

Câu 15. Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , xét các điểm  $A(0;0;1)$ ,  $B(m;0;0)$ ,  $C(0;n;0)$  và  $D(1;1;1)$  với  $m,n > 0; m+n=1$ . Biết khi  $m,n$  thay đổi, tồn tại một mặt cầu cố định tiếp xúc với  $(ABC)$  và đi qua điểm  $D$ . Tính bán kính  $R$  của mặt cầu đó.

- A.  $R = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .      B. 1.      C.  $\frac{3}{2}$ .      D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

Câu 16. Cho hai số phức  $z_1, z_2$  thỏa  $|z_1| = |z_2| = 1, |z_1 + z_2| = \sqrt{3}$ . Tính  $|z_1 - z_2|$ .

- A. 2.      B. 1.      C. 3.      D. 4.

Câu 17. Cho hai số thực không âm  $a, b$ . Đặt  $X = 3^{\frac{a+b}{2}}$ ,  $Y = \frac{3^a + 3^b}{2}$ . Khẳng định sau đây đúng?

- A.  $X \leq Y$ .      B.  $X < Y$ .      C.  $X \geq Y$ .      D.  $X > Y$ .

Câu 18. Trong không gian với hệ trục  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$  có phương trình  $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$ . Viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  chứa trục  $Ox$  và cắt  $(S)$  theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 2.

- A.  $(P): 3y - 2z = 0$ .      B.  $(P): 2y - 3z = 0$ .      C.  $(P): 2y + 3z = 0$ .      D.  $(P): 3y + 2z = 0$ .

Câu 19. Giả sử  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x) = \frac{e^x}{x}$  trên  $(0; +\infty)$  và  $I = \int_1^3 \frac{e^{3x}}{x} dx$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $I = F(4) - F(2)$ .      B.  $I = F(6) - F(3)$ .      C.  $I = F(9) - F(3)$ .      D.  $I = F(3) - F(1)$ .

Câu 20. Gọi  $S$  là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $(H): y = \frac{x-1}{x+1}$  và các trục tọa độ.

Khi đó giá trị của  $S$  bằng

A.  $S = \ln 2 - 1(\text{đvdt})$ . B.  $S = \ln 4 - 1(\text{đvdt})$ . C.  $S = \ln 4 + 1(\text{đvdt})$ . D.  $S = \ln 2 + 1(\text{đvdt})$ .

Câu 21. Tổng  $T = C_{2017}^1 + C_{2017}^3 + C_{2017}^5 + \dots + C_{2017}^{2017}$  bằng:

A.  $2^{2017} - 1$ . B.  $2^{2016}$ . C.  $2^{2017}$ . D.  $2^{2016} - 1$ .

Câu 22. Trong mặt phẳng phức, cho ba điểm lần lượt là điểm biểu diễn của số phức  $z_1 = 1 + i$ ,  $z_2 = (1 + i)^2$ ,  $z_3 = a - i$ . Để tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$  thì  $a$  là

A.  $a = -4$ . B.  $a = -2$ . C.  $a = -3$ . D.  $a = 3$ .

Câu 23. Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ . Viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $M(1;2;3)$  và cắt các tia  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$  lần lượt tại  $A$ ,  $B$ ,  $C$  (khác gốc tọa độ) sao cho biểu thức  $\frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$  có giá trị nhỏ nhất.

A.  $(P): x + 2y + z - 14 = 0$ . B.  $(P): x + 2y + 3z - 11 = 0$ .  
C.  $(P): x + y + 3z - 12 = 0$ . D.  $(P): x + 2y + 3z - 14 = 0$ .

Câu 24. Cho hình lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$  có 9 cạnh bằng nhau và bằng  $2a$ . Tính diện tích  $S$  của mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho

A.  $S = \frac{28\pi a^2}{9}$ . B.  $S = \frac{7\pi a^2}{9}$ . C.  $S = \frac{28\pi a^2}{3}$ . D.  $S = \frac{7\pi a^2}{3}$ .

Câu 25. Cho tập  $A$  gồm  $n$  điểm phân biệt trên mặt phẳng sao cho không có 3 điểm nào thẳng hàng. Tìm  $n$  sao cho số tam giác mà 3 đỉnh thuộc  $A$  gấp đôi số đoạn thẳng được nối từ hai điểm thuộc  $A$ .

A.  $n = 6$ . B.  $n = 12$ . C.  $n = 8$ . D.  $n = 15$ .

Câu 26. Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn 
$$\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{u_n + \sqrt{2} - 1}{1 - (\sqrt{2} - 1)u_n} \end{cases}, \forall n \in \mathbb{N}^*. \text{ Tính } u_{2018}.$$

A.  $u_{2018} = 7 + 5\sqrt{2}$ .    B.  $u_{2018} = 2$ .    C.  $u_{2018} = 7 - 5\sqrt{2}$ .    D.  $u_{2018} = 7 + \sqrt{2}$ .

Câu 27. Cho  $a, b > 0$ ;  $a, b \neq 1$  thỏa  $\log_a^2 b - 8\log_b(a\sqrt[3]{b}) = -\frac{8}{3}$ . Tính  $P = \log_a(a\sqrt[3]{ab}) + 2017$ .

A.  $P = 2020$ .    B.  $P = 2019$ .    C.  $P = 2017$ .    D.  $P = 2016$ .

Câu 28. Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu có tâm  $I(1; 2; -1)$  và tiếp xúc với mặt phẳng  $(P): x - 2y - 2z - 8 = 0$ ?

A.  $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 9$ .    B.  $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3$ .  
C.  $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$ .    D.  $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 3$ .

Câu 29. Cho số nguyên dương  $n$ , đặt  $I_n = \int_0^1 x^2(1-x^2)^n dx$  và  $J_n = \int_0^1 x(1-x^2)^n dx$ . Xét các khẳng định.

(1)  $I_n \leq \frac{1}{2(n+1)}$  (2)  $J_n > \frac{1}{2(n+1)}$  (3)  $I_n \leq J_n = \frac{1}{2(n+1)}$ .

Các khẳng định đúng trong 3 khẳng định trên là

A. Chỉ (1) và (3) đúng.    B. Chỉ (1), (2) đúng.  
C. Chỉ (2), (3) đúng.    D. Cả (1), (2) và (3) đều đúng.

Câu 30. Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông với  $AB = AC = a$ ; tam giác  $SAB$  cân tại  $S$  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi  $E, F$  là hai điểm lần lượt nằm trên các đoạn thẳng  $BC$  và  $AC$  sao cho  $\frac{EC}{EB} = \frac{1}{3}; \frac{CF}{CA} = \frac{1}{2}$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(ABC)$  bằng  $60^\circ$ . Tính thể tích khối chóp  $S.ABEF$  và khoảng cách  $d$  giữa  $SA$  và  $EF$ .

A.  $V = \frac{7\sqrt{3}a^3}{192}; d = \frac{a\sqrt{6}}{8}$ .

B.  $V = \frac{7\sqrt{3}a^3}{192}; d = \frac{a\sqrt{6}}{3}$ .

C.  $V = \frac{7\sqrt{6}a^3}{192}; d = \frac{a\sqrt{6}}{3}$ .

D.  $V = \frac{7\sqrt{6}a^3}{192}; d = \frac{a\sqrt{6}}{8}$ .

Câu 31. Cắt hình nón đỉnh  $S$  cho trước bởi mặt phẳng đi qua trục  $SO$  của nó ta được một tam giác vuông cân có cạnh bên độ dài bằng  $a$ . Tính diện tích của mặt cầu nội tiếp hình nón đã cho.

A.  $2\pi(3-2\sqrt{2})a^2$ .

B.  $2\pi a^2$ .

C.  $\frac{4}{3}\pi a^2$ .

D.  $2\pi(3+2\sqrt{2})a^2$ .

Câu 32. Tìm tất cả các giá trị thực  $m$  để hàm số  $y = \sin x + \cos x + mx$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

A.  $-\sqrt{2} < m < \sqrt{2}$ .

B.  $m \leq -\sqrt{2}$ .

C.  $-\sqrt{2} \leq m \leq \sqrt{2}$ .

D.  $m \geq \sqrt{2}$ .

Câu 33. Gọi  $D$  là miền phẳng có diện tích nhỏ nhất giới hạn bởi các đường  $y = -3x + 10$ ,  $y = 1$ ,  $y = x^2$  sao cho điểm  $A(2; 2)$  nằm trong  $D$ . Khi cho  $D$  quay quanh trục  $Ox$  ta được vật thể tròn xoay có thể tích là

A.  $\frac{56}{5}\pi$  (đvtt).

B.  $12\pi$  (đvtt).

C.  $11\pi$  (đvtt).

D.  $\frac{25}{3}\pi$  (đvtt).

Câu 34. Biết  $I = \int_1^{5/2} \frac{|x-2|+1}{x} dx = 4 + a \ln 2 + b \ln 5$  với  $a, b \in \mathbb{Z}$ . Tính  $S = a + b$ .

A.  $S = 9$ .

B.  $S = 11$ .

C.  $S = -3$ .

D.  $S = 5$ .

Câu 35. Tìm tất cả các số thực dương  $m$  để  $\int_0^m \frac{x^2 dx}{x+1} = \ln 2 - \frac{1}{2}$ .

A.  $m = 2$ .

B.  $m = 1$ .

C.  $m > 3$ .

D.  $m = 3$ .

Câu 36. Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi cạnh bằng  $2a\sqrt{3}$ . Biết  $\angle BAD = 120^\circ$  và hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SAD)$  cùng vuông góc với đáy. Góc giữa mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(ABCD)$  bằng  $45^\circ$ . Tính khoảng cách  $h$  từ  $A$  đến mặt phẳng  $(SBC)$ .

- A.  $h = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$ .      B.  $h = 2a\sqrt{2}$ .      C.  $h = \frac{2a\sqrt{2}}{3}$ .      D.  $h = a\sqrt{3}$ .

Câu 37. Cho một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn  $(O; R); (O'; R')$  với  $OO' = R\sqrt{3}$  và một hình nón có đỉnh  $O'$  và đáy là hình tròn  $(O; R)$ . Kí hiệu  $S_1, S_2$  lần lượt là diện tích xung quanh của hình trụ và hình nón. Tính  $k = \frac{S_1}{S_2}$ .

- A.  $k = \frac{1}{3}$ .      B.  $k = \sqrt{2}$ .      C.  $k = \sqrt{3}$ .      D.  $k = \frac{1}{2}$ .

Câu 38. Tính tích phân  $\int_1^{\sqrt{6}+\sqrt{2}} \frac{-4x^4 + x^2 - 3}{x^4 + 1} dx = \frac{\sqrt{2}}{8} (a\sqrt{3} + b + c\pi) + 4$ . Với  $a, b, c$  là các số nguyên. Khi đó biểu thức  $a + b^2 + c^4$  có giá trị bằng

- A. 20.      B. 241.      C. 196.      D. 48.

Câu 39. Số nào sau đây là số đối của số phức  $z$ , biết  $z$  có phần thực dương thỏa mãn  $|z| = 2$  và trong mặt phẳng phức thì  $z$  có điểm biểu diễn thuộc đường thẳng  $y - \sqrt{3}x = 0$ .

- A.  $-1 + \sqrt{3}i$ .      B.  $1 + \sqrt{3}i$ .  
C.  $-1 - \sqrt{3}i$ .      D.  $1 - \sqrt{3}i$ .

Câu 40. Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  Có cạnh đáy bằng  $a$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $SA$  và  $BC$ . biết góc giữa  $MN$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng  $60^\circ$ . Khoảng cách giữa 2 đường thẳng  $BC$  và  $DM$  là:

- A.  $a\sqrt{\frac{15}{62}}$ .      B.  $a\sqrt{\frac{30}{31}}$ .      C.  $a\sqrt{\frac{15}{68}}$ .      D.  $\frac{a\sqrt{21}}{10}$ .

Bảng Đáp Án

1.B	2.C	3.D	4.A	5.D	6.B	7.A	8.D	9.C	10.D
11.C	12.B	13.B	14.A	15.B	16.B	17.A	18.A	19.C	20.B
21.B	22.C	23.D	24.C	25.B	26.A	27.B	28.C	29.A	30.D
31.A	32.D	33.A	34.D	35.B	36.A	37.C	38.B	39.B	40.D
41.A	42.C	43.D	44.C	45.A	46.A	47.A	48.D	49.D	50.C

Giải Chi Tiết

Câu 1. Chọn B.

Đặt  $t = \log_4 a = \log_6 b = \log_9 (a+b)$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 4^t \\ b = 6^t \\ a + b = 9^t \end{cases} \Rightarrow 4^t + 6^t = 9^t \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{2t} + \left(\frac{2}{3}\right)^t - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{2}{3}\right)^t = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \\ \left(\frac{2}{3}\right)^t = \frac{-1-\sqrt{5}}{2} (L) \end{cases}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{4^t}{6^t} = \left(\frac{2}{3}\right)^t = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$$

Casio :  $\log_4 a = \log_6 b \rightarrow b = 6^{\log_4 a}, \log_4 a = \log_9 (a+b) \Leftrightarrow \log_4 a = \log_9 (a + 6^{\log_4 a})$

Các em Solve ra a:

$\log_4(X) - \log_9(X + 6^{\log_4(X)}) = 0$

X = 5.182430201

L-R = 0

0.6180339887

0.6180339887

Câu 2. Chọn C.

Gọi bán kính đáy và chiều cao của chiếc hộp hình trụ lần lượt là  $R, h$  ( $R, h > 0$ ).

Chi phí sản xuất hộp phụ thuộc vào diện tích bề mặt của vỏ hộp phải sử dụng. Chi phí nhỏ nhất khi diện tích toàn phần của hộp nhỏ nhất.

$$S_{tp} = S_{xq} + 2S_d = 2\pi Rh + 2\pi R^2$$

Theo giả thiết thể tích chiếc hộp hình trụ bằng 1 lít nên ta có:  $\pi R^2 h = 1 \Rightarrow h = \frac{1}{\pi R^2}$

$$\text{Suy ra: } S_p = 2\pi R \cdot \frac{1}{\pi R^2} + 2\pi R^2 = \frac{2}{R} + 2\pi R^2 = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + 2\pi R^2 \geq 3\sqrt[3]{2\pi}$$

$$\text{Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi } \frac{1}{R} = 2\pi R^2 \Leftrightarrow R = \sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}$$

$$\text{Do đó: } S_p \text{ nhỏ nhất khi } R = \sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}$$

$$\text{Suy ra: } h = \frac{1}{\pi R^2} \Rightarrow \frac{h}{R} = \frac{1}{\pi R^3} = \frac{1}{\pi \cdot \frac{1}{2\pi}} = 2 \Rightarrow h = 2R.$$

**Câu 3. Chọn D.**

Gọi  $T_n$  là tiền vốn lẫn lãi sau  $n$  tháng,  $a$  là số tiền ban đầu

$$\text{Tháng 1 } (t=1): T_1 = a(1+r)$$

$$\text{Tháng 2 } (t=2): T_2 = a(1+r)^2$$

$$\text{Tháng } n(t=n): T_n = a(1+r)^n$$

Áp dụng với  $a=100$  triệu,  $r=1\%/tháng$ ,  $T_n > 140$  triệu ta được:

$$100(1+0,01)^n > 140 \Leftrightarrow n > \log_{1,01} \frac{140}{100}$$

Do đó, để số tiền lãi nhận được lớn hơn 140 triệu thì số năm

$$N > \frac{1}{12} \log_{1,01} \frac{140}{100} \approx 2,818.$$

Vậy  $N=3$ .

**Câu 4. Chọn A.**

$$\log_m (2x^2 + x + 3) \leq \log_m (3x^2 - x)$$

Với  $x=1$ , ta có bất phương trình trở thành:  $\log_m 6 \leq \log_m 2 \Leftrightarrow 0 < m < 1$

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} 2x^2 + x + 3 > 0 \\ 3x^2 - x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (-\infty; 0) \cup \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$$

$$\text{Bpt} \Leftrightarrow 2x^2 + x + 3 \geq 3x^2 - x \Leftrightarrow -x^2 + 2x + 3 \geq 0 \Leftrightarrow x \in [-1; 3]$$

$$\text{Kết hợp với điều kiện } x \in [-1; 0) \cup \left(\frac{1}{3}; 3\right].$$

**Câu 5. Chọn D.**



Câu 41. Một lớp có 20 nam sinh và 15 nữ sinh. Giáo viên chọn ngẫu nhiên 4 học sinh lên bảng giải bài tập. Tính xác suất để 4 học sinh được gọi có cả nam và nữ.

- A.  $\frac{4615}{5236}$ .      B.  $\frac{4651}{5236}$ .      C.  $\frac{4615}{5263}$ .      D.  $\frac{4610}{5236}$ .

Câu 42. Cho tứ diện đều  $ABCD$ . Biết khoảng cách từ  $A$  đến mặt phẳng  $(BCD)$  bằng 6. Tính thể tích  $V$  của tứ diện  $ABCD$ .

- A.  $V = \frac{9\sqrt{3}}{2}$ .      B.  $V = 5\sqrt{3}$ .      C.  $V = 27\sqrt{3}$ .      D.  $V = \frac{27\sqrt{3}}{2}$ .

Câu 43. Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Biết tọa độ các đỉnh  $A(-3;2;1)$ ,  $C(4;2;0)$ ,  $B'(-2;1;1)$ ,  $D'(3;5;4)$ . Tìm tọa độ điểm  $A'$  của hình hộp.

- A.  $A'(-3;3;1)$ .      B.  $A'(-3;-3;3)$ .      C.  $A'(-3;-3;-3)$ .      D.  $A'(-3;1;-1)$ .

Câu 44. Cho  $a, b, c$  là các số thực thuộc đoạn  $[1;2]$  thỏa mãn  $\log_2^3 a + \log_2^3 b + \log_2^3 c \leq 1$ . Khi biểu thức  $P = a^3 + b^3 + c^3 - 3(\log_2 a^a + \log_2 b^b + \log_2 c^c)$  đạt giá trị lớn nhất thì giá trị của tổng  $a+b+c$  là:

- A. 3.      B.  $3.2^{\frac{1}{\sqrt{5}}}$ .      C. 4.      D. 6.

Câu 45. Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $AB = a$ ;  $AD = a \frac{\sqrt{3}}{2}$ . Mặt bên  $SAB$  là tam giác cân đỉnh  $S$  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$ . Biết  $\angle ASB = 120^\circ$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $(SAD)$  và  $(SBC)$  bằng:

- A.  $60^\circ$ .      B.  $30^\circ$ .      C.  $45^\circ$ .      D.  $90^\circ$ .

Câu 46. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + m$  có hai điểm phân biệt đối xứng nhau qua gốc tọa độ.

- A.  $m > 0$ .      B.  $m \leq 0$ .      C.  $0 < m < 1$ .      D.  $m > 1$ .

Câu 47. Tìm số nghiệm của phương trình  $2^x + 3^x + 4^x + \dots + 2017^x + 2018^x = 2017 - x$ .

- A. 1.                      B. 2016.                      C. 2017.                      D. 0.

Câu 48. Tìm tất cả các giá trị thực  $m$  để  $f(x) = -x^3 + 3x^2 + (m-1)x + 2m - 3$  đồng biến trên một khoảng có độ dài lớn hơn 1.

- A.  $m \geq 0$ .                      B.  $m \leq 0$ .                      C.  $-\frac{5}{4} < m < 0$ .                      D.  $m > -\frac{5}{4}$ .

Câu 49. Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  song

song và cách đều 2 đường thẳng  $d_1: \frac{x-2}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$ ,  $d_2: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{-1}$

- A.  $(P): 2y - 2z - 1 = 0$ .                      B.  $(P): 2x - 2y + 1 = 0$ .  
C.  $(P): 2x - 2z + 1 = 0$ .                      D.  $(P): 2y - 2z + 1 = 0$ .

Câu 50. Cho  $x, y$  là các số thực thỏa mãn  $x + y = \sqrt{x-1} + \sqrt{2y+2}$ . Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của  $P = x^2 + y^2 + 2(x+1)(y+1) + 8\sqrt{4-x-y}$ . Khi đó, giá trị của  $M+m$  bằng

- A. 44.                      B. 41.                      C. 43.                      D. 42.

Gọi  $H$  là hình chiếu của  $M$  lên  $\Delta$

Nên  $H(1+2t; -1+t; -t) \in \Delta \Rightarrow \overline{MH} = (2t-1; -2+t; -t)$

Và  $\vec{a} = (2; 1; -1)$  là véc tơ chỉ phương của  $\Delta$

Do đó:  $\overline{MH} \cdot \vec{a} = 0 \Leftrightarrow 2(2t-1) - 2 + t + t = 0 \Leftrightarrow t = \frac{2}{3}$

Khi đó:  $\overline{MH} = \left(\frac{1}{3}; -\frac{4}{3}; -\frac{2}{3}\right) \Rightarrow \vec{u} = (1; -4; -2)$  là véc tơ chỉ phương của  $d$

Vậy  $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z}{-2}$ .

Câu 6. Chọn B.

$$D = \mathbb{R}, y' = \frac{9}{2}x^3 + 6(m-2017)x = 3x\left(\frac{3}{2}x^2 + 2(m-2017)\right),$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = \frac{4}{3}(2017-m), (*) \end{cases}$$

Hàm số có 3 cực trị  $\Leftrightarrow y'$  có 3 nghiệm phân biệt  $\Leftrightarrow PT(*)$  có 2 nghiệm phân biệt  $x \neq 0 \Leftrightarrow 2017-m > 0 \Leftrightarrow m < 2017$ .

Chú ý: Hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + c$  ( $a \neq 0$ ) có 3 cực trị khi và chỉ khi  $ab < 0 \Leftrightarrow m < 2017$

Câu 7. Chọn A.

PT hoành độ giao điểm  $\ln x = 0 \Leftrightarrow x = 1$

Diện tích  $S = \int_1^k |\ln x| dx = \int_1^k \ln x dx$  (vì  $x \in [1; k]$  thì  $\ln x \geq 0$ )

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln x \\ dv = dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = x \end{cases}. \text{ Do đó } S = x \ln x \Big|_1^k - \int_1^k dx = k \ln k - k + 1$$

$$S = 1 \Leftrightarrow k \ln k = k \Leftrightarrow k = e.$$

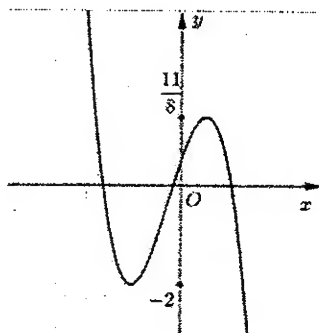
Câu 8. Chọn D.

Đặt  $f(x) = -2x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 3x + \frac{1}{2}$  có đồ thị (C).

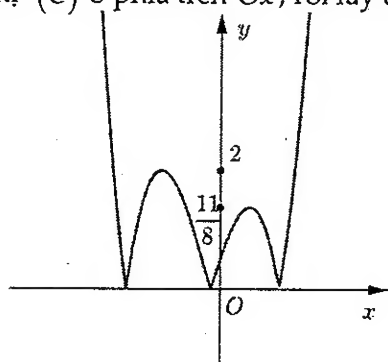
$$f'(x) = -6x^2 - 3x + 3, f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Bảng Biến Thiên

$x$	$-\infty$	$-1$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	
$f(x)$	$+\infty$					$\frac{11}{8}$	
		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$	
			$-2$				$-\infty$



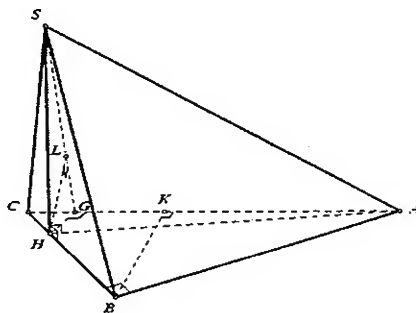
Suy ra đồ thị của hàm trị tuyệt đối  $y = \left| -2x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 3x + \frac{1}{2} \right|$  bằng cách: giữ nguyên phần đồ thị (C) ở phía trên Ox, rồi lấy đối xứng phần đồ thị (C) ở dưới trục Ox qua trục Ox.



Vậy để PT có đúng 4 nghiệm phân biệt  $\Leftrightarrow \frac{11}{8} < \left| \frac{k}{2} - 1 \right| < 2 \Leftrightarrow \frac{121}{64} < \frac{k^2}{4} - k + 1 < 4 \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} \frac{k^2}{4} - k - \frac{57}{64} > 0 \\ \frac{k^2}{4} - k - 3 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k < -\frac{3}{4} \\ k > \frac{19}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < k < -\frac{3}{4} \\ \frac{19}{4} < k < 6 \end{cases}$$

Câu 9. Chọn C



Gọi  $H$  là hình chiếu của  $S$  lên  $BC$ . Gọi  $K; G$  lần lượt là hình chiếu của  $B; H$  lên  $CA$ .

Gọi  $L$  là hình chiếu của  $H$  lên  $SG$ . Lúc đó  $SH \perp (ABC)$ .

$$\frac{d(B, (SAC))}{d(H, (SAC))} = \frac{BC}{HC} \Rightarrow d(B, (SAC)) = \frac{BC}{HC} \cdot HL.$$

Xét  $\triangle SHG$  vuông tại  $H$ , ta có:  $HL = \frac{SH \cdot HG}{SG} = \frac{SH \cdot HG}{\sqrt{SH^2 + HG^2}}.$

Xét  $\triangle ABC$  vuông tại  $B$ , ta có:  $BK = \frac{BC \cdot BA}{\sqrt{BC^2 + BA^2}} = \frac{4a \cdot 3a}{\sqrt{16a^2 + 9a^2}} = \frac{12a}{5}.$

Xét  $\triangle SHB$  vuông tại  $H$ , ta có

$$\cos 60^\circ = \frac{BH}{SB} \Rightarrow BH = 6a \cdot \frac{1}{2} = 3a \text{ và } \sin 60^\circ = \frac{SH}{SB} \Rightarrow SH = \frac{\sqrt{3}}{2} 6a = 3\sqrt{3}a.$$

Khi đó  $CH = BC - BH = a$ ;  $\frac{HG}{BK} = \frac{CH}{CB} \Rightarrow HG = \frac{12a}{5} \cdot \frac{a}{4a} = \frac{3}{5}a.$

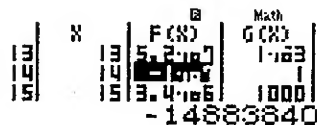
$$\text{Vậy } d(B, (SAC)) = \frac{BC}{HC} \cdot \frac{SH \cdot HG}{\sqrt{SH^2 + HG^2}} = \frac{4a}{a} \cdot \frac{3\sqrt{3}a \cdot \frac{3}{5}a}{\sqrt{27a^2 + \frac{9}{25}a^2}} = \frac{6\sqrt{57}}{19}a.$$

**Câu 10. Đáp án D.**

$$\text{Ta có: } \left(x - \frac{2}{x^2}\right)^{21} = \sum_{k=0}^{21} C_{21}^k \cdot x^{21-k} \cdot \left(-\frac{2}{x^2}\right)^k = \sum_{k=0}^{21} C_{21}^k \cdot x^{21-3k}.$$

Khi đó, hệ số của số hạng không chứa  $x$  ( $21-3k=0 \Leftrightarrow k=7$ ) là:  $C_{21}^7 (-2)^7 = -2^7 C_{21}^7$ .

Casio: Tương tự như ảnh hướng dẫn ở các đề khác

$$f(x) = 21C_{21}^7 (-2)^7 \quad g(x) = 10^x \times \left(\frac{1}{10^2}\right)^x$$


Câu 11. Chọn C.

Nếu  $a=0$  thì (C):  $y = -\frac{x}{2} - \frac{b}{2}$  là đường thẳng nên không đường có tiếp tuyến. Do

đó:  $a \neq 0$ . Khi đó, ta có:

Tập xác định:  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{2}{a}\right\}$ ,  $y' = \frac{-2-ab}{(ax-2)^2}$

Vì  $M(1;-2) \in (C)$  nên  $\frac{2}{a} \neq 1 \Leftrightarrow a \neq 2$  và  $-2 = \frac{1+b}{a-2} \Leftrightarrow -2a+4 = 1+b \Leftrightarrow b = -2a+3$

$d: 3x+y-4=0 \Rightarrow d: y = -3x+4$

Tiếp tuyến ( $\Delta$ ) tại  $M$  song song với

$(d) \Rightarrow y'(1) = \frac{-2-ab}{(a-2)^2} = -3 \Leftrightarrow 2+ab = 3(a-2)^2 (2)$

Thay (1) vào (2) ta được:  $2+a(-2a+3) = 3(a-2)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ a=1 \end{cases} (l)$

Với  $a=2$ , suy ra  $b=1$ . Do đó  $a+b=2$ .

Câu 12. Chọn B.

Cách 1:

Đặt  $z = x + yi (x, y \in \mathbb{R})$

$|z - (3+4i)| = \sqrt{5} \Leftrightarrow (x-3)^2 + (y-4)^2 = 5$

Ta có:

$P = (x+2)^2 + y^2 - x^2 - (y-1)^2 = 4x+2y+3 \Leftrightarrow P-23 = 4(x-3)+2(y-4)$

Suy ra:

$|P-23| = |4(x-3)+2(y-4)| \leq \sqrt{(4^2+2^2)((x-3)^2+(y-4)^2)} = \sqrt{20 \cdot 5} = 10$

$\Leftrightarrow 13 \leq P \leq 33$

Do đó:  $P_{\max} = 33$  khi và chỉ khi  $\begin{cases} \frac{x-3}{4} = \frac{y-4}{2} \\ 4(x-3) + 2(y-4) = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=5 \end{cases}$

Vậy  $z = 5 + 5i$

Cách 2:

Đặt  $z = x + yi (x, y \in \mathbb{R})$

$$|z - (3 + 4i)| = \sqrt{5} \Leftrightarrow (x-3)^2 + (y-4)^2 = 5$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} x-3 = \sqrt{5} \sin t \Leftrightarrow x = 3 + \sqrt{5} \sin t \\ y-4 = \sqrt{5} \cos t \Leftrightarrow y = 4 + \sqrt{5} \cos t \end{cases}$$

$$P = |z+2|^2 - |z-i|^2 = 4x+2y+3 = 4(3+\sqrt{5} \sin t) + 2(4+\sqrt{5} \cos t) + 3$$

$$\Leftrightarrow 4\sqrt{5} \sin t + 2\sqrt{5} \cos t = P - 23$$

Theo điều kiện có nghiệm phương trình lượng giác

$$\Rightarrow (4\sqrt{5})^2 + (2\sqrt{5})^2 \geq (P-23)^2 \Leftrightarrow P^2 - 46P + 429 \leq 0 \Leftrightarrow 13 \leq P \leq 33$$

Vậy GTLN của  $P$  là  $33 \Rightarrow z = 5 + 5i$ .

Casio : Đơn giản nhất các em thử từng đáp án

$$\text{Cách khác: } |z - (3 + 4i)| = \sqrt{5} \Leftrightarrow (x-3)^2 + (y-4)^2 = 5 \rightarrow y = 4 + \sqrt{5 - (x-3)^2}$$

$$P = |z+2|^2 - |z-i|^2 = (x+2)^2 + \left(4 + \sqrt{5 - (x-3)^2}\right)^2 - x^2 - \left(3 + \sqrt{5 - (x-3)^2}\right)^2$$

Sau đó các em dùng Table từ  $-7 \rightarrow 7$  step  $0.5$

MODE 7 ( ALPHA ) + 2 ) x^2 + ( 4 + sqrt( 5 ) - ( ALPHA ) - 3 ) x^2 > )

x^2 - ALPHA ) x^2 - ( 3 + sqrt( 5 ) - ( ALPHA ) - 3 ) x^2 > ) x^2

f(X) = 4(X-3)^2

24 25 26

4.5 5.5

F(X) 32.316

ERROR

33

Câu 13. Chọn B.

$$M \in (C) \Rightarrow M\left(m; \frac{m+2}{m-1}\right) (m \neq 1)$$

$$\text{Theo bài ra } d(M; Oy) = 2d(M; Ox) \Leftrightarrow |m| = 2 \left| \frac{m+2}{m-1} \right|$$

$$\Leftrightarrow |m^2 - m| = 2|m + 2| \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - m = 2m + 4 \\ m^2 - m = -2m - 4(VN) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 \\ m = -1 \end{cases}$$

Vậy có 2 điểm M.

Câu 14. Chọn A.

$$M = AB \cap (Oxz): y = 0 \Rightarrow \frac{AM}{BM} = \frac{d(A, (Oxz))}{d(B, (Oxz))} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

Câu 15. Chọn B.

$$(ABC): \frac{x}{m} + \frac{y}{n} + \frac{z}{1} = 1$$

Gọi (S) là mặt cầu cố định thỏa đề bài có tâm  $I(a; b; c)$ , bán kính R.

Ta có:

$$R = d(I; (ABC)) = \frac{\left| \frac{1}{m}a + \frac{1}{n}b + c - 1 \right|}{\sqrt{\frac{1}{m^2} + \frac{1}{n^2} + 1}} = \frac{\left| a\frac{1}{m} + b\frac{1}{n} + c - 1 \right|}{\sqrt{\left( \frac{1}{m} + \frac{1}{n} - 1 \right)^2}} = \frac{\left| a\frac{1}{m} + b\frac{1}{n} + c - 1 \right|}{\left| \frac{1}{m} + \frac{1}{n} - 1 \right|}$$

$$\Leftrightarrow R = \frac{\left| a\frac{1}{m} + b\frac{1}{n} + c - 1 \right|}{\left| \frac{1}{m} + \frac{1}{n} - 1 \right|}$$

Vì R không đổi với mọi  $m, n$  thỏa đề bài nên  $\frac{a}{1} = \frac{b}{1} = \frac{c-1}{-1} \Leftrightarrow \begin{cases} b = a \\ c = 1 - a \end{cases}$ . Suy ra:

$$I(a; a; 1-a) \text{ và } R = |a|$$

$$\text{Mặt khác } R = ID \text{ nên } |a| = \sqrt{(a-1)^2 + (a-1)^2 + a^2} \Leftrightarrow a = 1$$

$$\text{Vậy } |a| = \sqrt{(a-1)^2 + (a-1)^2 + a^2} \Leftrightarrow a = 1.$$

Chú ý: Trong lời giải trên ta đã sử dụng tính chất:

$$\text{Nếu } a+b=1, a, b \neq 0 \text{ thì } \sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + 1} = \left| \frac{1}{a} + \frac{1}{b} - 1 \right|.$$

Câu 16. Chọn B.

Cách 1: Giải nhanh

$$\text{Ta chọn: } z_1 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i, z_2 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i.$$



Khi đó:  $|z_1| = |z_2| = 1, |z_1 + z_2| = \sqrt{3}$ .

$$|z_1 - z_2| = |-1 + 0i| = 1.$$

Cách 2:

Gọi  $z_1 = a + bi, z_2 = c + di$  ta có:  $|z_1| = |z_2| = 1 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = c^2 + d^2 = 1$ .

$$|z_1 + z_2| = \sqrt{3} \Leftrightarrow \sqrt{(a+b)^2 + (c+d)^2} = \sqrt{3} \Rightarrow ac + bd = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Khi đó } |z_1 - z_2| = \sqrt{(a-c)^2 + (b-d)^2} = 1.$$

Cách 3:

$$\begin{aligned} |z_1 - z_2|^2 &= (z_1 - z_2)(\bar{z}_1 - \bar{z}_2) = 1 + 1 - (\bar{z}_1 z_2 + z_1 \bar{z}_2) \\ &= 2 - [(z_1 + z_2)(\bar{z}_1 + \bar{z}_2) - |z_1|^2 - |z_2|^2] = 4 - |z_1 + z_2|^2 = 1 \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } |z_1 - z_2| = 1.$$

$$\text{Cách 4: Sử dụng công thức: } 2(|z_1|^2 + |z_2|^2) = |z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2$$

$$\text{Ta được: } 2(1+1) = 3 + |z_1 - z_2|^2 \Leftrightarrow |z_1 - z_2| = 1.$$

$$\text{Casio: Chọn } z_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i, z_2 = \frac{-1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

Câu 17. Chọn A.

$$\text{Ta có: } Y = \frac{3^a}{2} + \frac{3^b}{2} \geq 2 \cdot \sqrt{\frac{3^a}{2} \cdot \frac{3^b}{2}} = \sqrt{3^{a+b}} = 3^{\frac{a+b}{2}} = X.$$

Chú ý:

Do  $X, Y$  đối xứng theo  $a, b$  nên ta chọn  $a = b$  ta thấy  $X = Y$ . Tiếp tục chọn  $a = 0, b = 1$  ta thấy  $Y > X$ . Vậy  $Y \geq X$ .

Câu 18. Chọn A.

Phương trình mặt phẳng  $(P)$  chứa trục  $Ox$  có dạng:  $Bx + Cz = 0 (B^2 + C^2 \neq 0)$ .

Mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1; 2; 3)$ , bán kính  $R = 2$ .

Vì mặt phẳng  $(P)$  cắt mặt cầu  $(S)$  theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng  $2 = R$  nên mặt phẳng  $(P)$  đi qua tâm  $I(1; 2; 3)$ .

Nên ta có:  $2B + 3C = 0$ . Chọn  $B = 3$  suy ra  $C = -2$ .

Vậy phương trình mặt phẳng  $(P)$ :  $3y - 2z = 0$ .

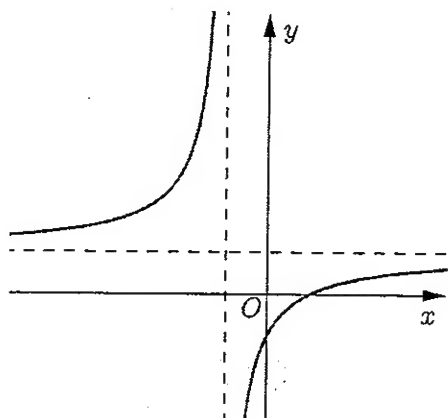
Chú ý:  $(P)$  chứa  $Ox$  và qua  $I(1;2;3)$  nên  $(P)$  qua  $O(0;0;0)$  và có VTPT là  $\vec{n} = [\vec{OI}; \vec{i}] = (0;3;-2)$  nên  $(P): 3y - 2z = 0$ .

Câu 19. Chọn C.

$$I = \int_1^3 \frac{e^{3x}}{x} dx = \int_1^3 \frac{e^{3x}}{3x} d(3x). \text{ Đặt } t = 3x \Leftrightarrow dt = 3dx, \text{ đổi cận: } x=1 \Rightarrow t=3, x=3 \Rightarrow t=9.$$

$$\text{Vậy } I = \int_3^9 \frac{e^t}{t} dt = \int_3^9 \frac{e^x}{x} dx = F(9) - F(3).$$

Câu 20. Chọn B.



Phương trình hoành độ giao điểm  $(H)$  và trục  $Ox$  là:  $\frac{x-1}{x+1} = 0 \Rightarrow x = 1$ .

Giao điểm  $(H)$  và trục  $Oy$  là:  $(0; -1)$ .

Vậy diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $(H): y = \frac{x-1}{x+1}$  và các trục tọa độ là:

$$S = \int_0^1 \left| \frac{x-1}{x+1} \right| dx = \int_0^1 \left( 1 - \frac{2}{x+1} \right) dx = \left| \left( x - 2\ln(x+1) \right) \right|_0^1 = 2\ln 2 - 1 = \ln 4 - 1.$$

Câu 21. Đáp án B.

Casio :

SHIFT log 1 7 SHIFT ÷ ( 2 ALPHA ) + 1 ) ▼ 0 ▲ 8 =

$$\sum_{x=0}^9 (170(2x+1)) = 216$$

65536

65536

Câu 22. Chọn C.

Gọi  $A(1;1), B(0;2), C(a;-1)$  lần lượt là các điểm biểu diễn của số phức  $z_1 = 1+i$ ,  $z_2 = (1+i)^2$ ,  $z_3 = a-i$ .

$\Delta ABC$  vuông tại  $B \Leftrightarrow \overline{BA} \cdot \overline{BC} = 0 \Leftrightarrow 1.a + (-1)(-3) = 0 \Leftrightarrow a + 3 = 0 \Leftrightarrow a = -3$ .

Câu 23. Chọn D.

Cách 1:

Phương trình mặt phẳng  $(P)$  có dạng  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ .

Ta có  $M(1;2;3) \in P \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} = 1$ . Ta có  $\frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$ .

Theo BĐT Bunhiacopxki ta có:

$$\left(\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c}\right)^2 \leq \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right)(1^2 + 2^2 + 3^2) \Rightarrow \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \geq \frac{1}{14}.$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi } \begin{cases} \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} = 1 \\ \frac{1}{a} = \frac{1}{2b} = \frac{1}{3c} \\ \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = \frac{1}{14} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 14 \\ b = \frac{14}{2} \\ c = \frac{14}{3} \end{cases}. \text{ Vậy } (P): x + 2y + 3z - 14 = 0.$$

Cách 2: Gọi  $H$  là hình chiếu của  $O$  lên  $(ABC)$ . Ta có  $H$  là trực tâm  $\Delta ABC$  và

$$\frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2} = \frac{1}{OH^2} \geq \frac{1}{OM^2}.$$

Do đó:  $\frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$  nhỏ nhất khi và chỉ khi  $(ABC) \perp OM$  tại  $M(1;2;3)$

Suy ra:  $(ABC)$  qua  $M(1;2;3)$  có VTPT  $\overline{OM} = (1;2;3)$  nên  $(P): x + 2y + 3z - 14 = 0$ .

Casio :

Kiểm tra điều kiện  $M$  thuộc  $\Rightarrow$  Loại được A,B

$$(P): x + y + 3z - 12 = 0 \Rightarrow \frac{x}{12} + \frac{y}{12} + \frac{z}{4} = 1 \rightarrow OA = OB = 12, OC = 4$$





$$\text{Để thấy } EF = \frac{a}{2\sqrt{2}} \Rightarrow EF \perp BC \Rightarrow S_{EFC} = \frac{a^2}{16} \Rightarrow S_{BAFE} = \frac{7a^2}{16}.$$

$$\text{Kẻ } HK \perp BC \text{ ta được } HK = EF = \frac{a}{2\sqrt{2}}.$$

$$SH = HK \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{4} \Rightarrow V_{SABEF} = \frac{7a^3\sqrt{6}}{192}.$$

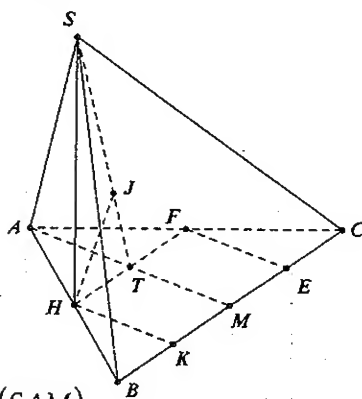
Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$

$$\begin{aligned} \Rightarrow AM // EF &\Rightarrow d(SA, EF) = d(EF, (SAM)) \\ &= d(F, (SAM)) = d(H, (SAM)) \end{aligned}$$

Với  $H$  là chân đường cao của hình chóp  $S.ABC$ .

Kẻ  $HT \perp AM, HT \perp SK$ . Chứng minh được  $HJ \perp (SAM)$

$$\Rightarrow d(SA, EF) = HJ = \frac{a\sqrt{6}}{8}.$$



Câu 31. Chọn A

Ta thấy  $\triangle SIH \sim \triangle SAO$  (g-g)

$$\Rightarrow \frac{SI}{SA} = \frac{IH}{AO} \Leftrightarrow \frac{SO - IO}{SA} = \frac{IO}{AO} \quad (\text{Vì } IO = IH)$$

(1)

Vì  $\triangle SAB$  vuông cân tại  $S$  và  $O$  là trung điểm

$$\text{của } AB \Rightarrow SO = AO = \frac{AB}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2} \quad (2)$$

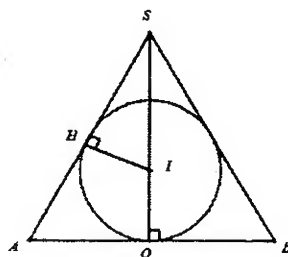
$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2} - IO}{a} = \frac{IO}{\frac{a\sqrt{2}}{2}} \Leftrightarrow IO = \frac{a(2 - \sqrt{2})}{2}$$

Vậy diện tích mặt cầu nội tiếp hình nón là  $S = 4\pi \cdot IO^2 = 2\pi(3 - 2\sqrt{2})a^2$ .

Câu 32. Chọn D.

$$\text{Ta có } y' = \cos x - \sin x + m = \sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + m$$

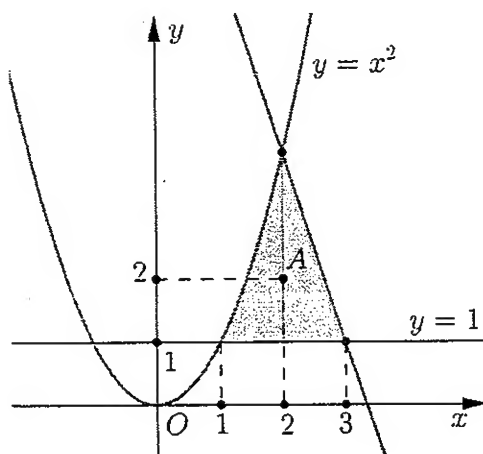
Hàm số đã cho đồng biến trên  $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ .



$$\Leftrightarrow m \geq -\sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \text{ với mọi } x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \geq \max_x \left(-\sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\right) \Leftrightarrow m \geq \sqrt{2}$$

Casio: Các em dùng Table thử các giá trị m đặc trưng cho đáp án quan sát xem giá trị hàm có tăng dần không.

Câu 33. Chọn A.



Dựa vào đồ thị, ta có:

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_1^2 (x^4 - 1) dx + \pi \int_2^3 [(-3x + 10)^2 - 1] dx = \pi \left( \frac{x^5}{5} - x \right) \Big|_1^2 + \pi \left[ -\frac{(10-3x)^3}{9} - x \right] \Big|_2^3 \\ &= \frac{26\pi}{5} + 6\pi = \frac{56\pi}{5}. \end{aligned}$$

Câu 34. Chọn D.

$$\text{Ta có } |x-2| = \begin{cases} x-2 & \text{khi } x \geq 2 \\ 2-x & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{Do đó } I &= \int_1^2 \frac{2|x-2|+1}{x} dx + \int_2^5 \frac{2|x-2|+1}{x} dx = \int_1^2 \frac{2(2-x)+1}{x} dx + \int_2^5 \frac{2(x-2)+1}{x} dx \\ &= \int_1^2 \left( \frac{5}{x} - 2 \right) dx + \int_2^5 \left( 2 - \frac{3}{x} \right) dx = (5\ln x - 2x) \Big|_1^2 + (2x - 3\ln x) \Big|_2^5 \\ &= 4 + 8\ln 2 - 3\ln 5 \end{aligned}$$

Suy ra:  $\begin{cases} a=8 \\ b=-3 \end{cases} \Rightarrow S=a+b=5.$

Casio :

$\int_1^5 \frac{2|x-2|+1}{x} dx \rightarrow A$   $e^{A-4}$

$4.716863707$   $\frac{256}{125}$

$256 \times 125$   $2^8 \times 5^3$

$\Rightarrow a=8, b=-3$

Câu 35. Chọn B.

Ta có  $I = \int_0^m \frac{x^2 dx}{x+1} = \int_0^m \left( x-1 + \frac{1}{x+1} \right) dx = \left( \frac{x^2}{2} - x + \ln(x+1) \right) \Big|_0^m = \frac{m^2}{2} - m + \ln(m+1)$

Theo giả thiết  $I = \ln 2 - \frac{1}{2}$  suy ra:

$\frac{m^2}{2} - m + \ln(m+1) = \ln 2 - \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{m^2}{2} - m = -\frac{1}{2} \\ m+1=2 \end{cases} \Leftrightarrow m=1.$

Casio: Các em CALC các đáp án

Câu 36. Chọn A.

Dựng  $AH \perp BC$  và  $AK \perp SH$ .

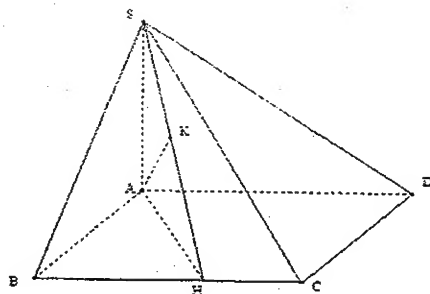
Ta có  $AK = d(A; (SBC))$ .

Vì  $BAD = 120^\circ$  nên  $\triangle ABC$  đều,

Suy ra  $AH = \frac{2a\sqrt{3}\sqrt{3}}{2} = 3a$

Mặt khác, vì góc giữa  $(SBC)$  và  $(ABCD)$

bằng  $45^\circ$  nên  $SAH = 45^\circ$  nên  $AK = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$





Câu 37. Chọn C.

$$\text{Ta có } S_1 = 2\pi R \cdot R\sqrt{3} = 2\sqrt{3}\pi R^2$$

$$S_2 = \pi R\sqrt{3R^2 + R^2} = 2\pi R^2. \text{ Vậy } \frac{S_1}{S_2} = \sqrt{3}$$

Câu 38. Chọn B.

$$\text{Ta có } \int_1^{\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}} \frac{-4x^4 + x^2 - 3}{x^4 + 1} dx = \int_1^{\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}} \left( -4 + \frac{x^2 + 1}{x^4 + 1} \right) dx = -4 \int_1^{\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}} dx + \int_1^{\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}} \frac{x^2 + 1}{x^4 + 1} dx = I + J.$$

$$\text{Tính } I = -4 \int_1^{\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}} dx = -4x \Big|_1^{\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}} = -2\sqrt{6} - 2\sqrt{2} + 4.$$

$$\text{Tính } J = \int_1^{\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}} \frac{x^2 + 1}{x^4 + 1} dx = \int_1^{\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}} \frac{1 + \frac{1}{x^2}}{x^2 + \frac{1}{x^2}} dx = \int_1^{\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}} \frac{1 + \frac{1}{x^2}}{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2} dx.$$

$$\text{Đặt } t = x - \frac{1}{x} \Rightarrow dt = \left(1 + \frac{1}{x^2}\right) dx. \text{ Đổi cận: } \begin{cases} x=1 \Rightarrow t=0 \\ x=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2} \Rightarrow t=\sqrt{2} \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } J = \int_0^{\sqrt{2}} \frac{dt}{t^2 + (\sqrt{2})^2}.$$

Đặt:

$$t = \sqrt{2} \tan u, u \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow dt = \sqrt{2}(1 + \tan^2 u) du.$$

$$\text{Đổi cận } \begin{cases} t=0 \Rightarrow u=0 \\ t=\sqrt{2} \Rightarrow u=\frac{\pi}{4} \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } J = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{2}(1+\tan^2 u)}{2(1+\tan^2 u)} du = \frac{\sqrt{2}}{2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} du = \frac{\sqrt{2}}{2} u \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\sqrt{2}}{8} \pi.$$

$$\text{Vậy } \int_1^{\sqrt{6}+\sqrt{2}} \frac{-4x^4+x^2-3}{x^4+1} dx = \frac{\sqrt{2}}{8} (-16\sqrt{3}-16+\pi) + 4 \Rightarrow \begin{cases} a=b=-16 \\ c=1 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } a+b^2+c^4=241.$$

**Câu 39. Chọn B.**

Gọi  $z = a + bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ )

Ta có  $|z| = 2$  nên  $a^2 + b^2 = 4$

Vì tập hợp các điểm biểu diễn số phức  $z$  là đường thẳng  $y - \sqrt{3}x = 0$  nên  $b = a\sqrt{3}$

Và vì  $a > 0$  nên  $a = 1, b = \sqrt{3}$ .

Vậy  $z = 1 + \sqrt{3}i$ .

**Câu 40. Chọn D.**

Gọi  $O, H$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  $S, M$  trên mặt phẳng đáy. Suy ra chúng đều thuộc  $AC$ .

Góc giữa  $MN$  và đáy sẽ là  $MNH = 60^\circ$ .

Lại có:  $HON = 360^\circ - 45^\circ - 90^\circ \cdot 2 = 135^\circ$

$$\text{Có: } OH = \frac{a\sqrt{2}}{4}, ON = \frac{a}{2} \Rightarrow HN = \frac{a\sqrt{7}}{8} \Rightarrow MN = HN \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{21}}{8} \Rightarrow SO = 2MH = \frac{a\sqrt{21}}{4}.$$

Tiếp tục suy ra  $d(MD, BC) = d(BC, (MAD)) = d(N, (SAD)) = 2d(O, (SAD)) = 2h$ .

$$\text{Lại có: } \frac{1}{h^2} = \frac{1}{\frac{a^2}{4}} + \frac{1}{\frac{21a}{16}} \Rightarrow h = \frac{a\sqrt{21}}{10}.$$

**Câu 41. Đáp án A.**

Không gian mẫu: chọn 4 học sinh từ 35 học sinh:  $n(\Omega) = C_{35}^4 = 52360$ .

Gọi  $A$  là biến cố để 4 học sinh chọn ra đều có cả nam và nữ.

TH1: 3 nam và 1 nữ:  $C_{20}^3 \cdot C_{15}^1 = 17100$  cách.

TH2: 2 nam và 2 nữ:  $C_{20}^2 \cdot C_{15}^2 = 19950$  cách.

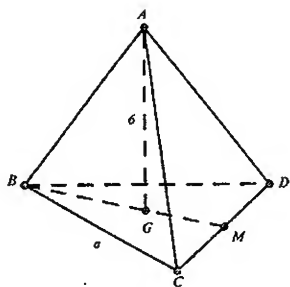
TH1: 1 nam và 3 nữ:  $C_{20}^1 \cdot C_{15}^3 = 9100$  cách.

Suy ra:  $n(A) = 17100 + 19950 + 9100 = 46150$ .

Vậy xác suất:  $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{4615}{5236}$ .

Ngoài ra: Ta cũng có thể tính  $n(A) = n(\Omega) - C_{20}^4 - C_{15}^4$  với  $C_{20}^4$  là tất cả 4 bạn đều là nam,  $C_{15}^4$  là tất cả các bạn đều là nữ.

Câu 42. Chọn C.



Gọi cạnh của tứ diện đều ABCD là  $a$ .

Gọi M là trung điểm cạnh CD và G là trọng tâm tam giác BCD.

Ta có  $AG^2 + BG^2 = AB^2 \Leftrightarrow 6^2 + \left(\frac{2a\sqrt{3}}{3}\right)^2 = a^2 \Leftrightarrow a^2 = 54 \Leftrightarrow a = 3\sqrt{6}$ .

Khi đó  $S_{ABCD} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{27\sqrt{3}}{2}$ .

Thể tích của tứ diện ABCD là  $V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot AG = \frac{1}{3} \cdot \frac{27\sqrt{3}}{2} \cdot 6 = 27\sqrt{3}$ .

Chú ý: Thể tích tứ diện đều cạnh  $a$  là  $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$ .

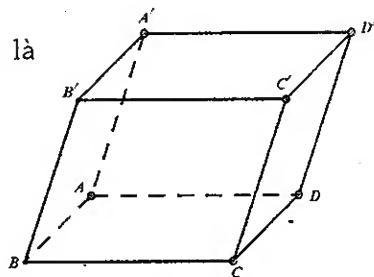
Câu 43. Chọn D.

+ Tâm của hình bình hành  $A'B'C'D'$  là  $I'\left(\frac{1}{2}; 3; \frac{5}{2}\right)$  là

trung điểm của  $B'D'$ .

Tâm của hình bình hành ABCD là  $I\left(\frac{1}{2}; 2; \frac{1}{2}\right)$  là

trung điểm của AC.



Ta có  $\overline{AA'} = \overline{II'} \Rightarrow A'(-3;1;-1)$ .

**Câu 44. Đáp án C.**

Ta có:  $P = a^3 + b^3 + c^3 - 3(a \log_2 a + b \log_2 b + c \log_2 c)$ .

$$\text{Đặt } \begin{cases} \log_2 a = x \Rightarrow a = 2^x \\ \log_2 b = y \Rightarrow b = 2^y \\ \log_2 c = z \Rightarrow c = 2^z \end{cases} \Rightarrow P = (2^x)^3 + (2^y)^3 + (2^z)^3 - 3(x \cdot 2^x + y \cdot 2^y + z \cdot 2^z) \text{ và } x^3 + y^3 + z^3 \leq 1.$$

Với  $a, b, c \in [1; 2] \Rightarrow x, y, z \in [0; 1]$ .

Dễ dàng chứng minh được  $2^x \leq x+1, \forall x \in [0; 1]$ , dấu "=" xảy ra  $\Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \end{cases}$ .

Ta có:  $(2^x - x)^3 \leq 1 \Rightarrow (2^x)^3 \leq 3(2^x)^2 \cdot x - 3 \cdot 2^x \cdot x^2 + x^3 + 1$

$\Rightarrow (2^x)^3 - 3x \cdot 2^x \leq 3x \cdot 2^x \cdot (2^x - x - 1) + x^3 + 1 \leq x^3 + 1$ .

Từ đó suy ra  $P \leq (x^3 + 1) + (y^3 + 1) + (z^3 + 1) \leq 4$ .

Dấu "=" xảy ra khi trong ba số  $x, y, z$  có một số bằng 1 và hai số còn lại bằng 0.

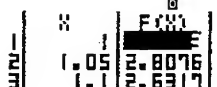
**Casio:** Đối với các dạng đối xứng như thế này thì thường dấu bằng có 2 khả năng xảy ra : 1 là tại biên 2 là khi  $a=b=c$  ta xét các trường hợp

D bị loại ngay từ đầu bằng vì  $a=b=c=2$  là toi rồi, không thỏa mãn điều kiện

$A \rightarrow a=b=c=1 \rightarrow P=3$

$C \rightarrow a=2, b=c=1 \rightarrow P=8+2-3 \cdot 2=4$

$B \rightarrow a=b=c \rightarrow \log_2 a \leq \frac{1}{\sqrt[3]{3}} \rightarrow a \leq 2^{\frac{1}{\sqrt[3]{3}}} \rightarrow P = 3a^3 - 9a(\log_2 a)$

$$f(x) = 3x^3 - 9x \log_2 x$$


Vậy chốt lại là khoảng C.

**Câu 45. Chọn A.**

Việc xác định góc bằng HHKG thì nhìn chung là khá khó định hướng do đó ta sẽ đi gần vào hệ Oxyz để xử lý sẽ đơn giản hơn  
Kẻ  $SH \perp AB \rightarrow SH \perp (ABC)$  chọn H là gốc tọa độ ta có tọa độ các điểm như sau :

$$SH = AH \cdot \cot \angle ASH = \frac{1}{2} \cdot \cot 60^\circ = \frac{1}{2\sqrt{3}}$$

$$S\left(0, 0, \frac{1}{2\sqrt{3}}\right) \quad B\left(\frac{1}{2}, 0, 0\right) \quad C\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, 0\right)$$

$$A\left(-\frac{1}{2}, 0, 0\right), D\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, 0\right)$$

$$\overrightarrow{n_{SBC}} = [\overrightarrow{SB}, \overrightarrow{SC}], \overrightarrow{n_{SAD}} = [\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{SD}]$$

MODE 8

1 1 0 . 5 = 0 = - 1 ( 2 √ 3 ) ) =

R [ 0.5 0.4330127019 ]

-0.2886751346

AC SHIFT 5 2 2 1 0 . 5 = √ 3 ) ÷ 2 = - 1 ÷ ( 2 √ 3 ) ) =

R [ 0.5 0.8660254012 ]

-0.2886751346

AC SHIFT 5 3 SHIFT 5 4 =

R [ 0.4330127019 0.25 ]

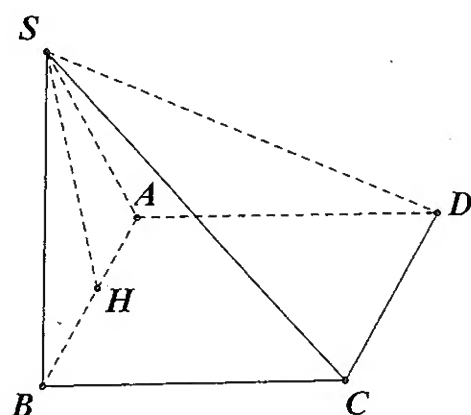
0.25 0.4330127019

Để biết 0.4330127019 là căn bao nhiêu các em bấm

1  
0.43301270192  
5.333333333  
5 + 1/3  
16/3

$$\overrightarrow{n_{SBC}} = [\overrightarrow{SB}, \overrightarrow{SC}] = \left(\frac{1}{4}, 0, \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$$

Vậy là xong vtpt của (SBC) Các em ghi ra giấy để tí nhập lại, tương tự với (SAD)



Ans 0.25  
0.433

$$\overline{n_{SAD}} = [\overline{SA}, \overline{SD}] = \left( \frac{1}{4}, 0, \frac{-\sqrt{3}}{4} \right)$$

Giờ tính góc :

$$\cos^{-1} \left( \frac{\left| \frac{1}{16} - \frac{3}{16} \right|}{\frac{1}{16} + \frac{3}{16}} \right) = \cos^{-1} \left( \frac{\left| \frac{1}{16} - \frac{3}{16} \right|}{\frac{1}{16} + \frac{3}{16}} \right) = \frac{1}{3}\pi$$

Câu 46. Chọn A.

TXĐ:  $D = \mathbb{R}$

Gọi tọa độ hai điểm đối xứng nhau qua gốc tọa độ lần lượt là  $A(x; y), B(-x; -y)$

Vì hai điểm cùng thuộc đồ thị nên ta có:

$$\begin{cases} y = x^3 - 3x^2 + m \\ -y = -x^3 - 3x^2 + m \end{cases} \Rightarrow m = 3x^2 \quad (1)$$

Với  $m < 0$  thì (1) vô nghiệm, không thỏa mãn.

Với  $m = 0$  thì (1) có nghiệm duy nhất  $(0; 0)$ , không thỏa mãn.

Với  $m > 0$  thì (1) có nghiệm là  $\left( \sqrt{\frac{m}{3}}, \frac{m\sqrt{m}}{27} \right)$  và  $\left( -\sqrt{\frac{m}{3}}, -\frac{m\sqrt{m}}{27} \right)$  thỏa mãn.

Câu 47. Chọn A.

Đề đơn giản bài toán thì các em tự giảm số hạng đến  $8^x$  về bản chất thì nó đúng được tận tới  $2018^x$  thì nó cũng sẽ đúng tới  $8^x$  được

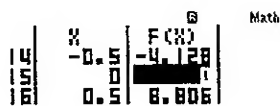
Chúng ta xét phương trình mới :  $2^x + 3^x + 4^x + 5^x + 6^x + 7^x + 8^x = 7 - x$

MODE 7

2 x^ ALPHA ) > + 3 x^ ALPHA ) > + 4 x^ ALPHA ) > + 5 x^ ALPHA ) > + 6 x^ ALPHA ) > + 7 x^ ALPHA ) > + 8 x^ ALPHA ) > = ( 7 - ALPHA ) )

$$f(x) = 4 + 8^x - (7 - x)$$

= - 7 = 7 = 0 . 5 =



□

Các em chỉ cần quan sát sự đổi dấu là biết được số nghiệm.

Câu 48. Chọn D.

Ta có  $f'(x) = -3x^2 + 6x + m - 1$ .

Hàm số đồng biến trên một khoảng có độ dài lớn hơn 1 khi và chỉ khi  $f'(x) = 0$

có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  ( $x_1 < x_2$ ) thỏa mãn  $|x_2 - x_1| > 1$ .

+  $f'(x) = 0$  có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 3m + 6 > 0 \Leftrightarrow m > -2$ .

Theo Viet ta có: 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = \frac{1-m}{3} \end{cases}$$

+ Với  $|x_2 - x_1| > 1 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 - 1 > 0 \Leftrightarrow 4m + 5 > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{5}{4}$

So điều kiện ta được:  $m > -\frac{5}{4}$ .

Câu 49. Chọn D.

Do  $(P)$  cách đều hai đường thẳng nên  $d_1 // (P)$ ,  $d_2 // (P)$ .

Gọi  $\vec{a}_1 = (-1; 1; 1)$  là VTCP của  $d_1$ ,  $\vec{a}_2 = (2; -1; -1)$  là VTCP của  $d_2$

Suy ra:  $\vec{n} = [\vec{a}_1, \vec{a}_2] = (0; 1; -1)$  là VTPT của mặt phẳng  $(P)$  loại đáp án B và C.

Lấy  $M(2; 0; 0) \in d_1$ ,  $N(0; 1; 2) \in d_2$ .

Do  $d(d_1; (P)) = d(d_2; (P)) \Leftrightarrow d(M; (P)) = d(N; (P))$  thay vào ta thấy đáp án D thỏa mãn.

Chú ý:

Khi  $(P)$  có VTPT  $\vec{n} = (0; 1; -1)$  suy ra:  $(P): y - z + D = 0$

Sử dụng  $d(M; (P)) = d(N; (P))$  ta được  $D = \frac{1}{2}$ .

Câu 50. Chọn C.

$$P = x^2 + y^2 + 2(x+1)(y+1) + 8\sqrt{4-x-y} = (x+y)^2 + 2(x+y) + 2 + 8\sqrt{4-x-y}.$$

$$\text{Đặt } t = x+y \Rightarrow P = t^2 + 2t + 2 + 8\sqrt{4-t}.$$

Theo giả thiết:

$$x+y=1.\sqrt{x-1}+\sqrt{2}.\sqrt{y+1}\leq\sqrt{(1+2)(x-1+y+1)}$$

$$\text{Suy ra: } t\leq\sqrt{3t}, t\geq 0 \Leftrightarrow 0\leq t\leq 3$$

Xét  $f(t)=t^2+2t+2+8\sqrt{4-t}$  trên  $[0;3]$ . Ta có:

$$f'(t)=2t+2-\frac{4}{\sqrt{4-t}}; f'(t)=0 \Leftrightarrow (2t+2)\sqrt{4-t}=4 \Leftrightarrow (t+1)\sqrt{4-t}=2.$$

$$\Leftrightarrow (t^2+2t+1)(4-t)=4 \Leftrightarrow -t^3+2t^2+7t=0 \Leftrightarrow \begin{cases} t=0 \\ t=1+2\sqrt{2} \notin [0;3] \\ t=1-2\sqrt{2} \notin [0;3] \end{cases}$$

Ta có  $f(0)=18; f(3)=25 \Rightarrow \min P=18, \max(P)=25$ .

Vậy  $M+m=25+18=43$ .



CASIO LUYỆN ĐỀ THPT QG

KỲ THI THPT QUỐC GIA NĂM 2018

ĐỀ THI THAM KHẢO

Bài Thi : Toán

Đề Luyện Tập Số 7

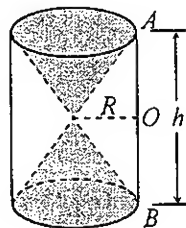
Thời gian làm bài: 90 phút

Câu 1. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = \sin x; y = 0; x = \frac{\pi}{4}$  và trục tung là

- A.  $1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$ . B.  $\frac{\pi^2}{4} - 1$ . C.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ . D.  $\frac{\pi^2}{4}$ .

Câu 2. Hình bên cho ta hình ảnh của một đồng hồ cát với các kích thước kèm theo  $OA = OB$ . Khi đó tỉ số tổng thể tích của hai hình nón ( $V_n$ ) và thể tích hình trụ ( $V_t$ ) bằng:

- A.  $\frac{1}{4}$ . B.  $\frac{2}{5}$ .  
C.  $\frac{1}{2}$ . D.  $\frac{1}{3}$ .



Câu 3. Cho  $x, y$  là các số thực dương thỏa  $\log_9 x = \log_6 y = \log_4 \left( \frac{x+y}{6} \right)$ . Tính tỉ số  $\frac{x}{y}$

- A.  $\frac{x}{y} = 4$ . B.  $\frac{x}{y} = 3$ . C.  $\frac{x}{y} = 5$ . D.  $\frac{x}{y} = 2$ .

Câu 4. Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $A(1;0;0), B(-1;1;-2), C(-2;0;-3), D(0;-1;-1)$ . Gọi  $H$  là trung điểm  $CD$ ,  $SH \perp (ABCD)$ . Biết khối chóp tương ứng có thể tích bằng 4. Kí hiệu tọa độ của điểm  $S$  là  $S(x_0; y_0; z_0), x_0 > 0$ . Tìm  $x_0$

- A.  $x_0 = 1$ . B.  $x_0 = 2$ . C.  $x_0 = 3$ . D.  $x_0 = 4$ .

Câu 5. Cho các số thực dương  $a, b$  thỏa mãn  $a^{\frac{2}{3}} > a^{\frac{3}{5}}$  và  $\log_b \frac{2}{3} < \log_b \frac{3}{5}$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $0 < \log_a b < 1$ . B.  $\log_a b > 1$ . C.  $\log_b a < 0$ . D.  $0 < \log_b a < 1$ .

Câu 6. Tập hợp điểm biểu diễn các số phức  $z$  thỏa mãn điều kiện  $|z - (1+i)| = |z + 2i|$  là đường nào sau đây:

- A. Đường thẳng. B. Đường tròn. C. Elip. D. Parabol.

Câu 7. Cho phương trình  $\log_3 \frac{x^2 - 2x + 1}{x} + x^2 + 1 = 3x$  có tổng tất cả các nghiệm bằng

- A. 5. B. 3. C.  $\sqrt{5}$ . D. 2.

Câu 8. Giả sử hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm cấp hai trong khoảng  $(x_0 - h; x_0 + h)$ , với  $h > 0$ . Khẳng định nào sau đây luôn đúng?

- A. Nếu  $f''(x_0) = 0$  thì hàm số  $y = f(x)$  đạt cực đại tại  $x_0$ .  
B. Nếu  $f'(x_0) = 0$  và  $f''(x_0) > 0$  thì hàm số  $y = f(x)$  đạt cực đại tại  $x_0$ .  
C. Nếu  $f'(x_0) = 0$  và  $f''(x_0) > 0$  thì hàm số  $y = f(x)$  đạt cực đại tại  $x_0$ .  
D. Nếu  $f'(x_0) = 0$  và  $f''(x_0) > 0$  thì hàm số  $y = f(x)$  đạt cực tiểu tại  $x_0$ .

Câu 9. Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và các tích phân  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\tan x) dx = 4$  và

$$\int_0^1 \frac{x^2 f(x)}{x^2 + 1} dx = 2. \text{ Tính tích phân } I = \int_0^1 f(x) dx.$$

- A.  $I = 6$ . B.  $I = 2$ . C.  $I = 3$ . D.  $I = 1$ .

Câu 10. Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh bằng 6. Tam giác  $SAB$  vuông cân tại  $S$  và tam giác  $SCD$  đều. Tìm bán kính  $R$  mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đó.

- A.  $R = 2\sqrt{3}$ . B.  $R = \sqrt{21}$ . C.  $R = 3$ . D.  $R = 3\sqrt{3}$ .

Câu 11. Bán kính đáy hình trụ bằng  $4cm$ , chiều cao bằng  $6cm$ . Độ dài đường chéo của thiết diện qua trục bằng

- A.  $5cm$ . B.  $8cm$ . C.  $6cm$ . D.  $10cm$ .

Câu 12. Cho khối chóp  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$ , tam giác  $ABC$  đều cạnh  $a$  và tam giác  $SAB$  cân. Tính khoảng cách  $h$  từ điểm  $A$  đến mặt phẳng  $(SBC)$ .

- A.  $h = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$  B.  $h = \frac{a\sqrt{3}}{7}$  C.  $h = \frac{2a}{7}$  D.  $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Câu 13. Tính tổng:  $S = C_{10}^2 + 2.C_{10}^1 + 2^2.C_{10}^2 + \dots + 2^{10}.C_{10}^{10}$

A.  $S = 2^{10}$

B.  $S = 3^{10}$

C.  $S = 4^{10}$

D.  $S = 3^{11}$

Câu 14. Xét số phức  $z$  và số phức liên hợp của nó có điểm biểu diễn là  $M, M'$ . Số phức  $z(4+3i)$  và số phức liên hợp của nó có điểm biểu diễn lần lượt là  $N, N'$ . Biết rằng  $MM'NN'$  là một hình chữ nhật. Tìm giá trị nhỏ nhất của  $|z+4i-5|$ .

A.  $\frac{5}{\sqrt{34}}$     B.  $\frac{2}{\sqrt{5}}$     C.  $\frac{1}{\sqrt{2}}$     D.  $\frac{4}{\sqrt{13}}$

Câu 15. Một hình chóp tứ giác đều có tổng độ dài của đường cao và bốn cạnh đáy là 33. Hỏi độ dài cạnh bên ngắn nhất là bao nhiêu?

A.  $\frac{\sqrt{33}}{17}$     B.  $\sqrt{33}$     C.  $11\sqrt{3}$     D.  $\frac{\sqrt{33}}{2}$

Câu 16. Cho các số dương  $a, b, c$  khác 1 thỏa mãn  $\log_a(bc) = 2, \log_b(ca) = 4$ . Tính giá trị của biểu thức  $\log_c(ab)$ .

A.  $\frac{6}{5}$     B.  $\frac{8}{7}$     C.  $\frac{10}{9}$     D.  $\frac{7}{6}$

Câu 17. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường sau:  $y = x \sin 2x, y = 2x, x = \frac{\pi}{2}$ .

A.  $\frac{\pi^2}{4} - 4$     B.  $\pi^2 - \pi$     C.  $\frac{\pi^2}{4} - \frac{\pi}{4}$     D.  $\frac{\pi^2}{4} + \frac{\pi}{4}$

Câu 18. Cho  $f(x) = a \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) + b \sin x + 6$  với  $a, b \in \mathbb{R}$ . Biết rằng  $f(\log(\log e)) = 2$ . Tính giá trị của  $f(\log(\ln 10))$

A. 10    B. 2    C. 4    D. 8

Câu 19. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số  $y = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2-3x-4}$  là:

A. 0    B. 3    C. 1    D. 2

Câu 20. Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $f(2) = 16, \int_0^2 f(x) dx = 4$ . Tính  $I = \int_0^1 x \cdot f'(2x) dx$ .

A. 13    B. 12    C. 20    D. 7

Câu 21. Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  cạnh bằng  $a$ . Gọi  $O$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$ . Thể tích của tứ diện  $OA'BC$  bằng

A.  $\frac{a^3}{12}$ .

B.  $\frac{a^3}{24}$ .

C.  $\frac{a^3}{6}$ .

D.  $\frac{a^3}{4}$ .

Câu 22. Cho hình chóp  $S.ABC$ , tam giác  $ABC$  vuông tại đỉnh  $A$ ,  $AB=1(cm)$ ,  $AC=\sqrt{3}(cm)$ . Tam giác  $SAB$ ,  $SAC$  lần lượt vuông tại  $B$  và  $C$ . Khoảng cách từ  $C$  đến mặt phẳng  $(SAB)$  bằng  $\frac{\sqrt{3}}{2}(cm)$ . Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp  $S.ABC$  bằng

A.  $\frac{5\pi}{4}(cm^2)$ .

B.  $20\pi(cm^2)$ .

C.  $\frac{5\sqrt{5}\pi}{6}(cm^2)$ .

D.  $5\pi(cm^2)$ .

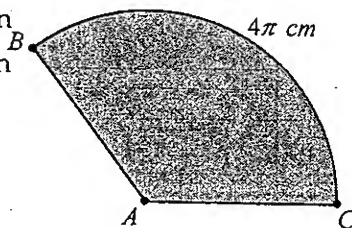
Câu 23. Một mảnh giấy hình quạt như hình vẽ. Người ta dán mép  $AB$  và  $AC$  lại với nhau để được một hình nón đỉnh  $A$ . Tính thể tích  $V$  của khối nón thu được (xem phần giấy dán không đáng kể).

A.  $4\sqrt{21}\pi$ .

B.  $\frac{20\pi}{3}$ .

C.  $\frac{4\sqrt{21}}{3}\pi$ .

D.  $20\pi$ .



Câu 24. Cho hình chóp tam giác  $S.ABC$  có thể tích bằng 8. Gọi  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $AB, BC, CA$ . Thể tích của khối chóp  $S.MNP$  bằng

A. 6.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

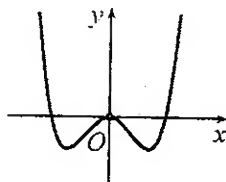
Câu 25. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án  $A, B, C, D$  dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A.  $y = -x^4 + 2x^2$ .

B.  $y = x^4 + 2x^2$ .

C.  $y = -x^4 - 2x^2$ .

D.  $y = x^4 - 2x^2$ .



Câu 26. Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 2x - y - 2z = 0$ ,  $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+2}{2}$ . Tọa độ điểm  $A$  thuộc  $Ox$  sao cho  $A$  cách đều  $d$  và  $(P)$  là

- A.  $A(3;0;3)$ . B.  $A(3;3;0)$ . C.  $A(3;0;0)$ . D.  $A(3;0;3)$ .

Câu 27. Tính thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh trục  $Ox$  hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị  $y = x^2 - 4x + 6$ ,  $y = -x^2 - 2x + 6$ .

- A.  $3\pi$ . B.  $\pi - 1$ . C.  $\pi$ . D.  $2\pi$ .

Câu 28. Một hình tứ diện  $ABCD$  có  $AB = CD = \sqrt{5}$ ,  $AC = BD = \sqrt{10}$ ,  $AD = BC = \sqrt{13}$ . Hỏi thể tích của khối tứ diện tương ứng là bao nhiêu?

- A.  $5\sqrt{26}$ . B.  $\frac{5}{6}\sqrt{26}$ . C. 2. D. 4.

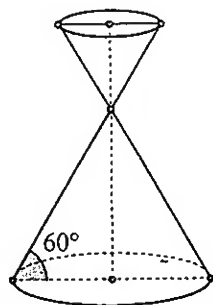
Câu 29. Cho  $a, b, x$  là các số thực dương. Biết  $\log_3 x = 2\log_{\sqrt{3}} a + \log_{\frac{1}{3}} b$ , tính  $x$  theo  $a$  và  $b$

- A.  $x = \frac{a^4}{b}$ . B.  $x = 4a - b$ . C.  $x = \frac{a}{b}$ . D.  $x = a^4 - b$ .

Câu 30. Hình chữ nhật  $ABCD$  có  $AB = 6$ ,  $AD = 4$ . Gọi  $M, N, P, Q$  lần lượt là trung điểm bốn cạnh  $AB, BC, CD, DA$ . Cho hình chữ nhật  $ABCD$  quay quanh  $QN$ , khi đó tứ giác  $MNPQ$  tạo thành vật tròn xoay có thể tích bằng

- A.  $V = 6\pi$ . B.  $V = 2\pi$ . C.  $V = 4\pi$ . D.  $V = 8\pi$ .

Câu 31. Cho một đồng hồ cát như hình bên dưới (gồm 2 hình nón chung đỉnh ghép lại), trong đó đường sinh bất kỳ của hình nón tạo với đáy một góc  $60^\circ$  như hình bên. Biết rằng chiều cao của đồng hồ là  $30\text{cm}$  và tổng thể tích của đồng hồ là  $1000\pi \text{ cm}^3$ . Hỏi nếu cho đầy lượng cát vào phần trên thì khi chảy hết xuống dưới, khi đó tỉ lệ thể tích lượng cát chiếm chỗ và thể tích phần phía dưới là bao nhiêu?



- A.  $\frac{1}{3\sqrt{3}}$ . B.  $\frac{1}{8}$ .  
C.  $\frac{1}{64}$ . D.  $\frac{1}{27}$ .

Câu 32. Tìm họ các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{2x+3}{x-1}$  là

A.  $2x+5\ln|x-1|+C.$

B.  $2x^2-5\ln x-1+C.$

C.  $2x^2+\ln|x-1|+C.$

D.  $2x+5\ln(x-1)+C.$

Câu 33. Một hình nón có đường cao  $h=20cm$ , bán kính đáy  $r=25cm$ . Tính diện tích xung quanh của hình nón đó.

A.  $5\pi\sqrt{41}.$

B.  $25\pi\sqrt{41}.$

C.  $+\infty.$

D.  $125\pi\sqrt{41}.$

Câu 34. Cho mặt phẳng  $(P): 2x+y+3z+1=0$  và đường thẳng  $d: \begin{cases} x=-3+t \\ y=2-2t \\ z=1 \end{cases}$ . Trong các

mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A.  $d \subset (P).$

B.  $d \perp (P).$

C.  $d$  cắt  $(P).$

D.  $d // (P).$

Câu 35. Cho hàm số  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$  và giả sử  $A, B$  là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số. Giả sử đường thẳng  $AB$  đi qua gốc tọa độ. Tìm giá trị nhỏ nhất của  $P = abc + ab + c$ .

A.  $-9.$

B.  $-\frac{25}{9}.$

C.  $-\frac{16}{25}.$

D.  $1.$

Câu 36. Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  cho hai mặt phẳng  $(P): x+y-z+1=0$  và  $(Q): x-y+z-5=0$ . Có bao nhiêu điểm  $M$  trên trục  $Oy$  thỏa mãn  $M$  cách đều hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$ ?

A.  $0.$

B.  $1.$

C.  $2.$

D.  $3.$

Câu 37. Cho hai số phức  $z_1, z_2$  thỏa mãn  $|z_1| = |z_2| = 1, |z_1 + z_2| = \sqrt{3}$ . Tính  $|z_1 - z_2|$ .

A.  $1.$

B.  $2.$

C.  $3.$

D.  $4.$

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho bốn điểm  $A(-1;2;1)$ ,  $B(-4;2;-2)$ ,  $C(-1;-1;-2)$ ,  $D(-5;-5;2)$ . Tính khoảng cách từ điểm  $D$  đến mặt phẳng  $(ABC)$

A.  $d = \sqrt{3}$ .

B.  $d = 2\sqrt{3}$ .

C.  $d = 3\sqrt{3}$ .

D.  $d = 4\sqrt{3}$ .

Câu 39. Cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4z + 1 = 0$  và đường thẳng  $d: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 0 \\ z = m + 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ .

Biết có hai giá trị thực của tham số để  $m$  cắt  $(S)$  tại hai điểm phân biệt  $A, B$  và các mặt phẳng tiếp diện của  $(S)$  tại  $A$  và tại  $B$  luôn vuông góc với nhau. Tích của hai giá trị đó bằng

A. 16.

B. 12.

C. 14.

D. 10.

Câu 40. Trong không gian tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(2;1;0)$ ,  $B(0;2;0)$ ,  $C(0;-2;0)$ . Khi quay quanh tam giác  $ABC$  quanh trục  $BC$  thì tạo được hai khối nón chung đáy. Tính tỉ số thể tích  $\frac{V_1}{V_2}$ , biết rằng  $V_1$  là thể tích của khối nón lớn hơn,  $V_2$  là thể tích của khối nón nhỏ hơn

A.  $\frac{V_1}{V_2} = 4$ .

B.  $\frac{V_1}{V_2} = 3$ .

C.  $\frac{V_1}{V_2} = 2$ .

D.  $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{2}$ .

Câu 41. Gọi  $(C)$  là đường parabol qua ba điểm cực trị của đồ thị hàm số  $y = \frac{1}{4}x^4 - mx^2 + m^2$ , tìm  $m$  để  $(C)$  đi qua điểm  $A(2;24)$ .

A.  $m = -4$ .

B.  $m = 4$ .

C.  $m = 3$ .

D.  $m = 6$ .

Câu 42. Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + (y-4)^2 + z^2 = 5$ . Tìm tọa độ điểm  $A$  thuộc trục  $Oy$ , biết rằng ba mặt phẳng phân biệt qua  $A$  có các vectơ pháp tuyến lần lượt là các vectơ đơn vị của các trục tọa độ cắt mặt cầu theo thiết diện là ba hình tròn có tổng diện tích là  $11\pi$

A.  $\begin{bmatrix} A(0;2;0) \\ A(0;6;0) \end{bmatrix}$

B.  $\begin{bmatrix} A(0;0;0) \\ A(0;8;0) \end{bmatrix}$

C.  $\begin{bmatrix} A(0;6;0) \\ A(0;0;0) \end{bmatrix}$

D.  $\begin{bmatrix} A(0;2;0) \\ A(0;8;0) \end{bmatrix}$

Câu 43. Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ , biết thể tích khối chóp  $A'.BDD'B'$  là  $\frac{8}{3}dm^3$ .

Tính độ dài cạnh  $DD'$ .

- A.  $0,2m$ . B.  $20mm$ . C.  $20dm$ . D.  $2cm$ .

Câu 44. Cho số phức  $z = m - 2 + (m^2 - 1)i$  với  $m \in \mathbb{R}$ . Gọi  $(C)$  là tập hợp các điểm biểu diễn số phức  $z$  trong mặt phẳng tọa độ. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $(C)$  và  $Ox$ .

- A. 1. B.  $\frac{4}{3}$ . C.  $\frac{32}{3}$ . D.  $\frac{8}{3}$ .

Câu 45. Cho  $n$  là số nguyên dương và  $a > 0, a \neq 1$ . Tìm  $n$  sao cho  $\log_a 2019 + \log_{\sqrt{a}} 2019 + \log_{\sqrt[3]{a}} 2019 + \dots + \log_{\sqrt[n]{a}} 2019 = 2033136 \cdot \log_a 2019$ .

- A.  $n = 2017$ . B.  $n = 2016$ . C.  $n = 2018$ . D.  $n = 2019$ .

Câu 46. Trong trò chơi "Chiếc nón kì diệu" chiếc kim của bánh xe có thể dừng lại ở một trong 7 vị trí với khả năng như nhau. Tính xác suất để trong ba lần quay, chiếc kim của bánh xe lần lượt dừng lại ở ba vị trí khác nhau.

- A.  $\frac{3}{7}$  B.  $\frac{30}{343}$  C.  $\frac{30}{49}$  D.  $\frac{5}{49}$

Câu 47. Tìm tất cả các số  $a$  trong khai triển của  $(1+ax)(1+x)^4$  có chứa số hạng  $22x^3$

- A.  $a = 3$  B.  $a = 2$  C.  $a = -3$  D.  $a = 5$

Câu 48. Cho ba số thực dương  $x, y, z$  theo thứ tự lập thành một cấp số nhân, đồng thời với mỗi số thực dương  $a (a \neq 1)$  thì  $\log_a x, \log_{\sqrt{a}} y, \log_{\sqrt[3]{a}} z$  theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Tính

giá trị biểu thức  $P = \frac{1959x}{y} + \frac{2019y}{z} + \frac{60z}{x}$ .

- A.  $\frac{2019}{2}$ . B. 60. C. 2019. D. 4038.

Câu 49. Bất phương trình  $2^{x^2-3x+4} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-10}$  có bao nhiêu nghiệm nguyên dương?

- A. 2. B. 4. C. 6. D. 3.



Câu 50. Cho  $0 \leq x; y \leq 1$  thỏa mãn  $2017^{1-x-y} = \frac{x^2 + 2018}{y^2 - 2y + 2019}$ . Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $S = (4x^2 + 3y)(4y^2 + 3x) + 25xy$ . Khi đó  $M + m$  bằng bao nhiêu?

A.  $\frac{136}{3}$

B.  $\frac{391}{16}$

C.  $\frac{383}{16}$

D.  $\frac{25}{2}$

**Bảng Đáp Án**

1.A	2.D	3.D	4.A	5.C	6.A	7.B	8.C	9.A	10.B
11.D	12.A	13.B	14.C	15.B	16.B	17.C	18.A	19.C	20.D
21.A	22.D	23.C	24.C	25.D	26.C	27.A	28.C	29.A	30.D
31.B	32.A	33.D	34.A	35.B	36.B	37.A	38.D	39.B	40.B
41.D	42.A	43.A	44.B	45.D	46.C	47.A	48.D	49.D	50.B

**Giải Chi Tiết**

**Câu 1. Chọn A**

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = \sin x$ ;  $y = 0$ ;  $x = \frac{\pi}{4}$  và trục tung là

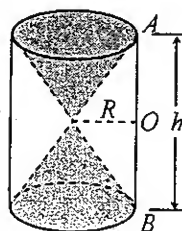
$$S = \int_0^{\frac{\pi}{4}} |\sin x| dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin x dx = -\cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = -\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - 1\right) = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$$

**Câu 2. Chọn D**

Thể tích của mỗi khối nón là  $V_1 = \frac{1}{3} \cdot \frac{h}{2} \cdot \pi R^2 = \frac{\pi R^2 h}{6}$

Tổng thể tích của hai khối nón là  $V_n = 2 \cdot \frac{\pi R^2 h}{6} = \frac{\pi R^2 h}{3}$

Thể tích của khối trụ là  $V_t = \pi R^2 h$ . Vậy  $\frac{V_n}{V_t} = \frac{1}{3}$



**Câu 3. Chọn D**

Đặt  $t = \log_9 x = \log_8 y = \log_4 \left(\frac{x+y}{6}\right)$

$$\text{Khi đó: } \begin{cases} x = 9'(1) \\ y = 6'(2) \\ \frac{x+y}{6} = 4'(3) \\ \frac{x}{y} = \left(\frac{3}{2}\right)' = k \end{cases}$$

$$\text{Lấy (1),(2) thay vào (3), ta có: } 9' + 6' = 6.4' \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{2'} + \left(\frac{3}{2}\right)' - 6 = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)' = 2 = k$$

$$\text{Vậy } \frac{x}{y} = 2.$$

Casio: Các em Solve như đề trước

#### Câu 4. Chọn A

$$\text{Ta có } \overline{AB} = (-2; 1; -2), \overline{AC} = (-3; 0; -3), \overline{AD} = (-1; -1; -1)$$

$$[\overline{AB}, \overline{AC}] = (-3; 0; 3), [\overline{AC}, \overline{AD}] = (-3; 0; 3)$$

$$S_{ABCD} = S_{ABC} + S_{ACD} = \frac{1}{2} \|\overline{AB}, \overline{AC}\| + \frac{1}{2} \|\overline{AC}, \overline{AD}\| = \frac{1}{2} \sqrt{(-3)^2 + 0^2 + 3^2} + \frac{1}{2} \sqrt{(-3)^2 + 0^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$$

$$H\left(-1; -\frac{1}{2}; -2\right)$$

Đường cao  $SH$  đi qua  $H$  và nhận  $[\overline{AB}, \overline{AC}]$  làm VTCP nên có phương trình

$$\begin{cases} x = -1 - 3t \\ y = -\frac{1}{2} \\ z = -2 + 3t \end{cases}$$

$$S \in SH \Rightarrow S(-1 - 3t; -\frac{1}{2}; -2 + 3t)$$

$$\text{ĐK: } -1 - 3t > 0 \Leftrightarrow t < -\frac{1}{3} \Rightarrow SH = \sqrt{(-3t)^2 + (-3t)^2} = 3|t|\sqrt{2}$$

$$V = \frac{1}{3} SH.S_{ABCD} \Rightarrow SH = \frac{3V}{S_{ABCD}} = \frac{3.4}{3\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$

$$3|t|\sqrt{2} = 2\sqrt{2} \Rightarrow t = -\frac{2}{3} \Rightarrow S\left(1; -\frac{1}{2}; 0\right)$$

Câu 5. Chọn C

$$\text{Ta có } a^{\frac{2}{3}} > a^{\frac{3}{5}} \Rightarrow a > 1, \log_b \frac{2}{3} < \log_b \frac{3}{5} \Rightarrow 0 < b < 1 \text{ nên } \log_b a < 0.$$

Câu 6. Chọn A.

Gọi  $z = x + yi$ ,  $(x, y \in \mathbb{R})$  được biểu diễn bởi điểm  $M(x; y)$  trong mặt phẳng  $(oxy)$

$$\text{Ta có: } |z - (1 + i)| = |z + 2i| \Leftrightarrow |x + yi - 1 - i| = |x + yi + 2i|$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(1-x)^2 + (y-1)^2} = \sqrt{x^2 + (y+2)^2} \Leftrightarrow (1-x)^2 + (y-1)^2 = x^2 + (y+2)^2 \Leftrightarrow x + 3y + 1 = 0$$

Suy ra tập hợp điểm biểu diễn số phức  $z$  là đường thẳng  $x + 3y + 1 = 0$

Câu 7. Chọn B.

Điều kiện  $x > 0$  và  $x \neq 1$

$$\log_3 \frac{x^2 - 2x + 1}{x} + x^2 + 1 = 3x \Leftrightarrow \log_3 (x^2 - 2x + 1) - \log_3 x + x^2 - 2x + 1 - x = 0$$

$$\log_3 (x^2 - 2x + 1) + (x^2 - 2x + 1) = \log_3 x + x (*)$$

Xét hàm số  $f(t) = \log_3 t + t$  với  $t > 0$  và  $t \neq 1$

Nên  $f'(t) = \frac{1}{t \ln 3} + 1 > 0$  với  $t > 0$  và  $t \neq 1$  nên  $f(t)$  đồng biến với  $t > 0$  và  $t \neq 1$



$$(3X) \div (X-A)(X-B)$$

SHIFT CALC  $\equiv \equiv \equiv$

Can't Solve

A+B

[AC] : Cancel

[←][→] : Goto

3

Câu 8. Chọn C.

Áp dụng lý thuyết.

Câu 9. Chọn A.

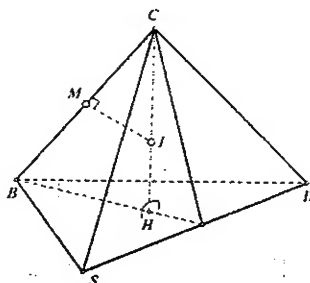
Đặt  $t = \tan x \Rightarrow dt = (1 + \tan^2 x) dx \Rightarrow \frac{dt}{1+t^2} = dx$ . Đổi cận :  $x=0 \Rightarrow t=0$ ;

$$x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow t = 1$$

Do đó:  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\tan x) dx = 4 \Rightarrow \int_0^1 \frac{f(t) dt}{1+t^2} = 4 \Rightarrow \int_0^1 \frac{f(x) dx}{1+x^2} = 4$

Vậy:  $\int_0^1 \frac{f(x) dx}{1+x^2} + \int_0^1 \frac{x^2 f(x) dx}{1+x^2} = 4 + 2 \Rightarrow \int_0^1 f(x) dx = 6$

Câu 10.



Chọn B.

Nhận xét: Mặt cầu ngoại tiếp hình chóp  $SABCD$  chính là mặt cầu ngoại tiếp hình chóp  $SBCD$

Xét hình chóp  $SBCD$  có:  $CB = SC = CD = 6$ ,  $BS = 3\sqrt{2}$ ,  $SD = 6$  và  $BD = 6\sqrt{2}$

Gọi  $H$  là hình chiếu của  $C$  lên  $(SBD) \Rightarrow H$  là tâm đường tròn ngoại tiếp  $\Delta SBD$

Kẻ đường trung trực của  $BC$  cắt  $CH$  tại  $I$  suy ra  $IC = IB = IS = ID = IA$

Dùng công thức Hê-rông ta tính được:  $S_{\Delta SBD} = \frac{9\sqrt{7}}{2}$ .

Mặt khác ta có  $BH$  là bán kính đường tròn ngoại tiếp  $\Delta SBD$ , suy ra:

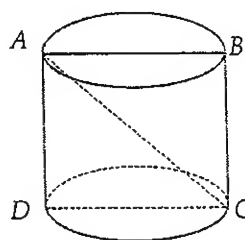
$$BH = \frac{BS \cdot SD \cdot BD}{4S_{\Delta SBD}} = \frac{12}{\sqrt{7}}$$

Vậy bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là:  $R = IC = \frac{CB^2}{2CH} = \frac{CB^2}{2\sqrt{BC^2 - BH^2}} = \sqrt{21}$

Câu 11.

Chọn D.

Theo đề bài ta có bán kính hình trụ là  $R = 4\text{cm}$ , chiều cao bằng  $h = 6\text{cm}$ . Giả sử thiết diện qua trục là  $ABCD$  khi đó  $ABCD$  là hình chữ nhật có  $AB = 2R = 8\text{cm}$ ,  $AD = h = 6\text{cm}$



Ta có:  $AC^2 = AB^2 + AD^2 = 6^2 + 8^2 = 100 \Rightarrow AC = 10$ .

Câu 12. Chọn A.

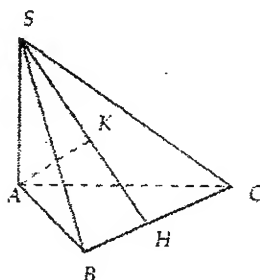
Gọi  $H$  là trung điểm  $BC \Rightarrow AH \perp BC$

Lại có  $SA \perp (ABC) \Rightarrow BC \perp SA$

Từ đó suy ra  $BC \perp (SAH)$ .

Lại có  $(SAH) \cap (SBC) = SH$ . Kẻ  $AK \perp SH \Rightarrow AK \perp (SBC)$ .

$$\text{Có } \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AH^2} \Rightarrow AK = \frac{a\sqrt{21}}{7}$$



Câu 13. Chọn B.

Ta có khai triển sau:

$$(1+x)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \cdot x^k = C_{10}^0 \cdot x^0 + C_{10}^1 \cdot x^1 + C_{10}^2 \cdot x^2 + \dots + C_{10}^{10} \cdot x^{10}$$

Chọn  $x = 2$ , khi đó:

$$(1+2)^{10} = 3^{10} = C_{10}^0 + C_{10}^2 \cdot 2^2 + \dots + C_{10}^{10} \cdot 2^{10}$$

Câu 14. Chọn C.

Giả sử  $Z = a + bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) được biểu diễn bởi điểm  $M(a; b)$

Số phức  $\bar{z} = a - bi$  được biểu diễn bởi điểm  $M'(a; -b)$

$$z(4+3i) = (a+bi)(4+3i) = (4a-3b) + (3a+4b)i \Rightarrow N(4a-3b; 3a+4b)$$

$$\overline{z(4+3i)} = (4a-3b) - (3a+4b)i \Rightarrow N'(4a-3b; -3a-4b)$$

$$\overline{MM'} = (0; -2b), \overline{NN'} = (0; -6a-8b), \overline{MN} = (3a-4b; 3a+3b)$$

Vì  $MM'N'N$  là hình chữ nhật nên ta có  $\begin{cases} \overline{MM'} = \overline{NN'} \neq \vec{0} \\ \overline{MM'} \cdot \overline{MN} = 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2b = -6a-8b \\ -2b(3a+3b) = 0 \Leftrightarrow a = -b \neq 0 \\ b \neq 0 \end{cases}$$

$$|z+4i-5| = \sqrt{(-b-5)^2 + (b+4)^2} = \sqrt{2\left(b+\frac{9}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}} \geq \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{Vậy } |z+4i-5|_{\min} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Câu 15. Chọn B.

Gọi độ dài cạnh đáy là  $x$ , đường cao là  $h$ , cạnh bên là  $y$

$$\text{Ta có } 4x + h = 33 \Rightarrow h = 33 - 4x \left(0 < x < \frac{33}{4}\right).$$



$$\text{Độ dài cạnh bên là } y = \sqrt{\frac{x^2}{2} + h^2} \Rightarrow y = \sqrt{\frac{x^2}{2} + (33-4x)^2}$$

Độ dài cạnh bên nhỏ nhất khi hàm số:

$$f(x) = \frac{x^2}{2} + (33-4x)^2 \quad (0 < x < \frac{33}{4}) \text{ đạt giá trị nhỏ nhất.}$$

Khảo sát hàm số  $f(x)$  ta có: Giá trị nhỏ nhất của hàm số đạt tại  $x = 8$

Vậy cạnh bên nhỏ nhất bằng  $\sqrt{33}$  khi cạnh đáy  $x = 8$ .

**Câu 16. Chọn B**

$$\log_a(bc) = 2 \Leftrightarrow bc = a^2$$

$$\log_b(ca) = 4 \Leftrightarrow ac = b^4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{bc}{ac} = \frac{a^2}{b^4} \\ abc^2 = a^2b^4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^3 = b^5 \\ c^2 = ab^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = a^{\frac{3}{5}} \\ c = a^{\frac{7}{5}} \end{cases} \quad (\text{do } a, b, c > 0)$$

$$\text{Khi đó: } \log_c(ab) = \log_{a^{\frac{7}{5}}} \left( a \cdot a^{\frac{3}{5}} \right) = \log_{a^{\frac{7}{5}}} \left( a^{\frac{8}{5}} \right) = \frac{8}{7}$$

**Câu 17. Chọn C**

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$x \sin 2x = 2x \Leftrightarrow x(\sin 2x - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ \sin 2x = 2 \text{ (VN)} \end{cases}$$

$$S = \int_0^{\frac{\pi}{2}} |x \sin 2x - 2x| dx = \left| \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x \sin 2x - 2x) dx \right| = \left| \left( \frac{1}{4} \sin 2x - \frac{1}{2} x \cos 2x - x^2 \right) \right|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi^2}{4} - \frac{\pi}{4}$$

**Câu 18. Chọn A**

$$\text{Đặt } t = \log(\log(e)) = \log\left(\frac{1}{\ln 10}\right) = -\log(\ln 10) \Leftrightarrow \log(\ln(10)) = -t$$

Theo giả thiết ta có:

$$f(t) = a \ln(t + \sqrt{t^2 + 1}) + b \sin t + 6 = 2 \Leftrightarrow a \ln(t + \sqrt{t^2 + 1}) + b \sin t = -4$$

$$\text{Khi đó } f(\log(\ln 10)) = f(-t) = a \ln(-t + \sqrt{t^2 + 1}) + b \sin(-t) + 6$$

$$= a \ln \frac{1}{\sqrt{t^2 + 1} + t} - b \sin t + 6$$

$$= -\left(a \ln \frac{1}{\sqrt{t^2 + 1} + t} + b \sin t\right) + 6 = 10$$

Câu 19. Chọn C

$$\text{TXĐ: } D = [-2; 2] \setminus \{-1\}$$

$$\text{Hàm số có tiệm cận đứng } x = -1 \text{ vì } \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2-3x-4} = -\infty.$$

Do TXĐ  $D$  nên không xét  $\lim_{x \rightarrow -1^-} y$ . Vậy đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Câu 20. Chọn D

$$\text{Đặt } t = 2x \Rightarrow dt = 2dx.$$

$$\text{Đổi cận: } x = 0 \Rightarrow t = 0; x = 1 \Rightarrow t = 2$$

$$I = \frac{1}{4} \int_0^2 t f'(t) dt$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = t \\ dv = f'(t) dt \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dt \\ v = f(t) \end{cases}$$

$$I = \frac{1}{4} \left( t f(t) \Big|_0^2 - \int_0^2 f(t) dt \right) = \frac{1}{4} (2f(2) - 0f(0) - 4) = 7$$

Casio : Các em đơn giản hóa như sau: mình có 2 dữ kiện  $f(2)=16$  ,  $\int_0^2 f(x)dx=4$  mình sẽ chọn hàm bậc nhất vì nó có 2 ẩn rồi tìm ra hàm thỏa mãn cả 2 điều kiện trên

$$\begin{cases} f(2)=16 \\ \int_0^2 (ax+b)dx=4 \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} 2a+b=16 \\ \frac{ax^2}{2}+bx \Big|_0^2=4 \end{cases} \rightarrow \text{vào giải phương trình bậc nhất}$$

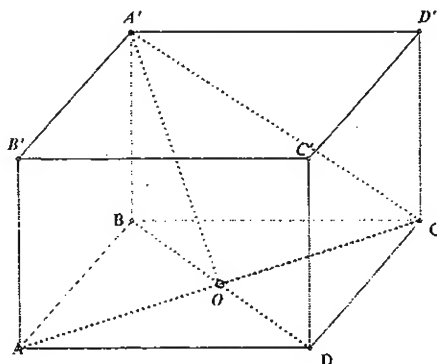
$$X= \quad \text{Math} \quad Y= \quad \text{Math} \quad 14 \quad -12$$

$$\rightarrow f(x)=14x-12 \rightarrow f'(x)=14 \rightarrow f'(2x)=14$$

Sau đó chỉ việc bấm máy đúng biểu thức cần tính

$$\int_0^1 X \times (14) dx \quad \text{Math} \quad 7$$

Câu 21.



Chọn A.

$$V_{O.A'BC} = V_{A'.OBC} = \frac{1}{6} AA'.OB.OC = \frac{1}{6} a \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3}{12}$$

Câu 22. Chọn D.

Gọi  $I$  là trung điểm của  $SA$

$\Rightarrow IA = IB = IC = IS \Rightarrow I$  là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp  $S.ABC$ .

Gọi  $E, H$  lần lượt là trung điểm của  $BC, AB$

Ta có :

$AB \perp AC \Rightarrow EI \perp AB, AB \perp SB \Rightarrow IH \perp AB$

$\Rightarrow AB \perp (IHE) \Rightarrow (SAB) \perp (IHE)$

Kẻ  $EK \perp IH \Rightarrow EK \perp (SAB)$

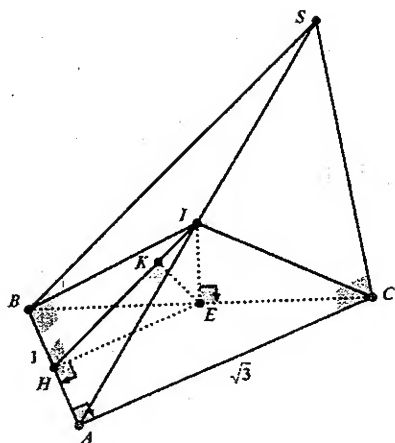
$$\Rightarrow EK = d(E, (SAB)) = \frac{d(C, (SAB))}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

Do  $\triangle ABC$  cân tại  $I \Rightarrow IE \perp BC$

Mà  $IE \perp AB \Rightarrow IE \perp (ABC) \Rightarrow IE \perp EH$

$$\text{Xét } \triangle IHE \text{ vuông tại } E \Rightarrow \frac{1}{EK^2} = \frac{1}{EH^2} + \frac{1}{IE^2} \Rightarrow \frac{1}{IE^2} = \frac{1}{EK^2} - \frac{1}{EH^2} = \frac{16}{3} - \frac{4}{3} = 4$$

$$\Rightarrow IE^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow IC^2 = IE^2 + EC^2 = \frac{5}{4} \Rightarrow S_{mc} = 4\pi R^2 = 5\pi$$



Câu 23. Chọn C.

Gọi  $R, h$  lần lượt là bán kính và chiều cao của hình nón

Đường sinh  $l = 5$

Ta có :

$$2\pi R = 4\pi \Rightarrow R = 2$$

$$\Rightarrow h = \sqrt{l^2 - R^2} = \sqrt{21}$$

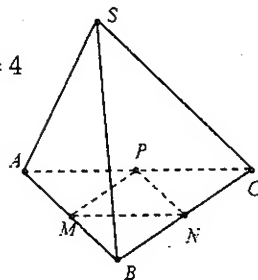
$$\Rightarrow V = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{4\pi\sqrt{21}}{3}$$

Câu 24.

Chọn C.

$$\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.MNP}} = \frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta MNP}} = \frac{\frac{1}{2}BC.d(A,BC)}{\frac{1}{2}MP.d(N,MP)} = \frac{2MP.2d(N,MP)}{MP.d(N,MP)} = 4$$

$$\Rightarrow V_{S.MNP} = \frac{V_{S.ABC}}{4} = 2$$



Câu 25. Chọn D.

Dựa vào đồ thị ta có  $a > 0 \Rightarrow$  loại A, C

Hàm số có 3 cực trị nên loại B

Câu 26. Chọn C.

Vì  $A \in Ox \Rightarrow A(a;0;0)$

Đường thẳng  $d$  qua  $M(1;0;-2)$  và có VTCP  $\vec{u} = (1;2;2)$ ;  $\overrightarrow{AM} = (1-a;0;-2)$

$$d(A,d) = \frac{|\overrightarrow{AM}, \vec{u}|}{|\vec{u}|} = \frac{\sqrt{8a^2 - 24a + 36}}{3}$$

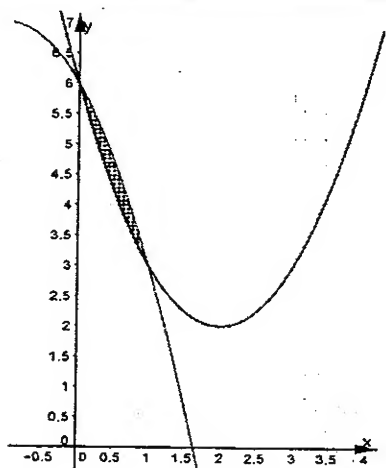
$$d(A,(P)) = \frac{|2a|}{3}$$

Ta có:

$$d(A,d) = d(A,(P)) \Leftrightarrow \frac{\sqrt{8a^2 - 24a + 36}}{3} = \frac{|2a|}{3} \Leftrightarrow \sqrt{8a^2 - 24a + 36} = |2a|$$

$$\Leftrightarrow 8a^2 - 24a + 36 = 4a \Leftrightarrow a^2 - 6a + 9 = 0 \Leftrightarrow a = 3 \Rightarrow A(3;0;0)$$

Câu 27. Chọn A



Xét phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^2 - 4x + 6 = -x^2 - 2x + 6 \Leftrightarrow 2x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh trục  $Ox$  hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị  $y = x^2 - 4x + 6, y = -x^2 - 2x + 6$  là

$$V = \pi \int_0^1 (x^2 - 4x + 6)^2 - (-x^2 - 2x + 6)^2 dx = \pi \int_0^1 (36x^2 - 12x^3 - 24x) dx = 3\pi$$

Câu 28. Chọn C

Hai tam giác  $ABC$  và  $BAD$  bằng nhau theo trường hợp (C-C-C) nên có các đường trung tuyến

Tương ứng bằng nhau  $CN = DN$ .

Tam giác  $NCD$  cân tại  $N$  nên  $NM \perp CD$  vì  $M$  là trung điểm của  $CD$ . Chứng minh tương tự như trên ta có  $NM \perp AB$

$$\text{Ta có } BM^2 = \frac{BC^2 + BD^2}{2} - \frac{CD^2}{4} = \frac{13 + 10}{2} - \frac{5}{4} = \frac{41}{4};$$

$$BN = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{5}}{2}; MN = \sqrt{BM^2 - BN^2} = 3$$

Dùng công thức Hê – rông ta tính được  $S_{ABCD} = \frac{7}{2}$ .

Gọi  $G$  là trọng tâm tứ diện  $ABCD$ , ta có  $G$  nằm trên các đường trung trực của  $AB$  và  $CD$ . Chứng minh như trên ta cũng có  $G$  nằm trên các đường trung trực của

$AD$  và  $BC$ . Suy ra  $GB = GC = GD$ ;  $BG = \sqrt{BN^2 + GN^2} = \frac{\sqrt{14}}{2}$

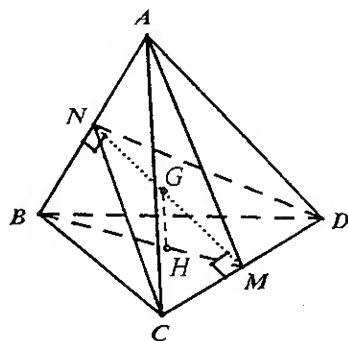
Kẻ  $GH \perp (BCD)$ . Ta có  $H$  là tâm đường tròn ngoại tiếp  $\triangle BCD$ .

$$S_{ABCD} = \frac{BC \cdot CD \cdot BD}{4 \cdot BH} \Rightarrow BH = \frac{5\sqrt{26}}{14}$$

$$GH = \sqrt{BG^2 - BH^2} = \frac{3}{7}$$

$$d(A, (BCD)) = 2d(N, (BCD)) = 4d(G, (BCD)) = \frac{12}{7}$$

$$\text{Vậy } V_{ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot d(A, (BCD)) = \frac{1}{3} \cdot \frac{7}{2} \cdot \frac{12}{7} = 2$$



Câu 29. Chọn A

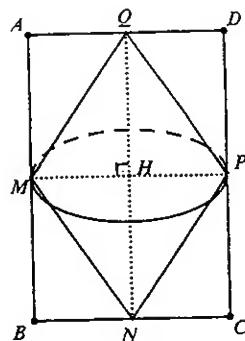
$$\log_3 x = 2\log_{\sqrt{3}} a + \log_{\frac{1}{3}} b \Leftrightarrow \log_3 x = 4\log_3 a - \log_3 b \Leftrightarrow \log_3 x = \log_3 \frac{a^4}{b} \Leftrightarrow x = \frac{a^4}{b}$$

Câu 30. Chọn D

Khi đó tứ giác  $MNPQ$  tạo thành vật tròn xoay gồm hai khối nón có chung đáy (hình vẽ)

Gọi  $V_1$  là thể tích khối nón có bán kính đáy là

$$R_1 = MH = \frac{AD}{2} = 2, h_1 = QH = \frac{AB}{2} = 3$$



$$V_1 = \frac{1}{3} \pi R_1^2 h = \frac{1}{3} \pi 4.3 = 4\pi \Rightarrow V = 2V_1 = 8\pi$$

**Câu 31. Chọn B**

Gọi  $h, h', r, r'$  ( $h \geq \frac{30}{2} = 15$ ) lần lượt là chiều cao, bán kính của hình nón phía dưới và phía trên của đồng hồ. Ta có:  $r = \frac{h}{\tan 60^\circ} = \frac{h}{\sqrt{3}}$ ;  $h' = 30 - h$ ;  $r' = \frac{h'}{\sqrt{3}} = \frac{30-h}{\sqrt{3}}$ . Khi đó: thể tích của đồng hồ:

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h + \frac{1}{3} \pi r'^2 h' = \frac{1}{3} \pi \left( \left( \frac{h}{\sqrt{3}} \right)^2 h + \left( \frac{30-h}{\sqrt{3}} \right)^2 (30-h) \right)$$

$$= \frac{1}{3} \pi \left( \frac{h^3 + 27000 - 2700h + 90h^2 - h^3}{3} \right) = \frac{1}{9} \pi (90h^2 - 2700h + 27000) = 1000\pi$$

$$\Rightarrow h^2 - 30h + 200 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} h = 20 \\ h = 10 (< 15) \end{cases} \Leftrightarrow h = 20 \Rightarrow h' = 10$$

Do 2 hình nón đồng dạng nên  $\frac{V_1}{V_2} = \left( \frac{h'}{h} \right)^3 = \frac{1}{8}$ .

**Câu 32. Chọn A**

$$f(x) = \frac{2x+3}{x-1} = 2 + \frac{5}{x-1} \text{ nên } \int f(x) dx = \int \frac{2x+3}{x-1} dx = \int \left( 2 + \frac{5}{x-1} \right) dx$$

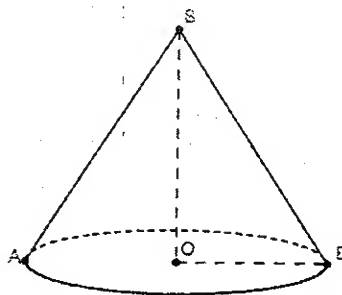
$$= 2x + 5 \ln|x-1| + C$$

**Câu 33.**

**Chọn D**

Ta có:  $l = \sqrt{h^2 + r^2} = 5\sqrt{41}$

Diện tích xung quanh:





$$S_{xq} = \pi r l = 125\pi\sqrt{41}.$$

Câu 34. Chọn A

Mp (P) có VTPT  $\vec{n} = (2; 1; 3)$ , đường thẳng d đi qua điểm  $M(-3; 2; 1)$  và có VTCP  $\vec{a} = (1; -2; 0)$

Ta xét:  $\vec{n} \cdot \vec{a} = 0$  và điểm  $M \in (P)$  nên  $d \subset (P)$ .

Câu 35. Chọn B

$$\begin{aligned} & \bullet y = x^3 + ax^2 + bx + c \Rightarrow y' = 3x^2 + 2ax + b \\ \Rightarrow y &= (3x^2 + 2ax + b) \cdot \left(\frac{1}{3}x + \frac{a}{9}\right) + \left(\frac{2b}{3} - \frac{2a^2}{9}\right)x + \left(c - \frac{ab}{9}\right) \end{aligned}$$

Vậy đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là:

$$AB: y = \left(\frac{2b}{3} - \frac{2a^2}{9}\right)x + \left(c - \frac{ab}{9}\right)$$

Vì AB cũng đi qua gốc tọa độ  $O(0;0)$  nên:

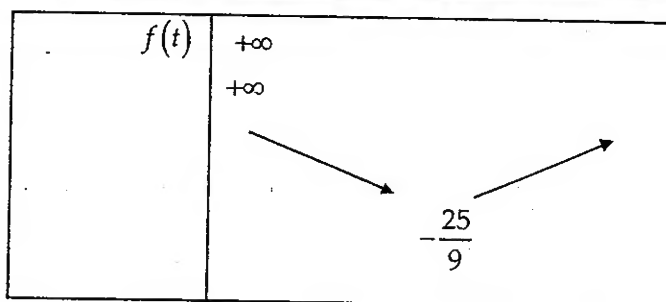
$$\left(\frac{2b}{3} - \frac{2a^2}{9}\right) \cdot 0 + \left(c - \frac{ab}{9}\right) = 0 \Leftrightarrow ab = 9c \quad (*)$$

Ta có  $P = abc + ab + c = 9c^2 + 9c + c = 9c^2 + 10c$ .

$$\text{Đặt } f(t) = 9t^2 + 10t \Rightarrow f'(t) = 18t + 10, \quad f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{5}{9}.$$

Lập bảng biến thiên:

$t$	$-\infty$	$-\frac{5}{9}$	$+$
$f'(t)$	$-$	$0$	$+$



Vậy  $\text{Min}P = -\frac{25}{9}$ .

Câu 36. Chọn B.

Vì  $M \in Oy \Rightarrow M(0; y; 0)$ . Khi đó

$$d[M; (P)] = d[M; (Q)] \Leftrightarrow \frac{|y+1|}{\sqrt{3}} = \frac{|y+5|}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow |y+1| = |y+5| \Leftrightarrow y = -3.$$

Vậy có một điểm  $M$ .

Câu 37. Chọn A.

Cách 1:

Đặt  $z_1 = a_1 + b_1 i$ ;  $z_2 = a_2 + b_2 i$ . Theo giả thiết  $|z_1| = |z_2| = 1 \Leftrightarrow a_1^2 + b_1^2 = a_2^2 + b_2^2 = 1$ .

$$\text{Ta có } |z_1 + z_2| = \sqrt{3} \Leftrightarrow (a_1 + a_2)^2 + (b_1 + b_2)^2 = 3$$

$$\Leftrightarrow a_1^2 + b_1^2 + a_2^2 + b_2^2 + 2(a_1 a_2 + b_1 b_2) = 3$$

$$\Leftrightarrow a_1 a_2 + b_1 b_2 = \frac{1}{2}$$

$$\text{Khi đó } |z_1 - z_2| = |(a_1 - a_2) + (b_1 - b_2)i| = \sqrt{(a_1 - a_2)^2 + (b_1 - b_2)^2}$$

$$= \sqrt{a_1^2 + b_1^2 + a_2^2 + b_2^2 - 2(a_1 a_2 + b_1 b_2)} = \sqrt{2 - 2 \cdot \frac{1}{2}} = 1$$

Cách 2:

Giả sử  $z_1$  được biểu diễn bởi điểm  $M_1$

$z_2$  được biểu diễn bởi điểm  $M_2$

Gọi  $I$  là trung điểm của  $M_1M_2$

Khi đó:

$$|z_1| = OM_1; |z_2| = OM_2$$

$$|z_1 - z_2| = M_1M_2$$

$$|z_1 + z_2| = |\overline{OM_1} + \overline{OM_2}| = |2\overline{OI}|$$

$$\text{Giả thiết có: } \begin{cases} OM_1 = OM_2 = 1 \\ OI = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \Rightarrow \triangle OM_1M_2 \text{ đều}$$

$$\text{Vậy } M_1M_2 = 1 \Rightarrow |z_1 - z_2| = 1$$

Câu 38. Chọn D.

$$\text{Ta có } \overline{AB} = (-3; 0; -3), \overline{AC} = (0; -3; -3) \Rightarrow \vec{n} = [\overline{AB}; \overline{AC}] = (-9; -9; 9)$$

$$\Rightarrow \text{Phương trình mặt phẳng } (ABC) \text{ là: } x + y - z = 0$$

$$\Rightarrow d[D; (ABC)] = \frac{|-5 - 5 - 2|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + (-1)^2}} = 4\sqrt{3}.$$

Câu 39. Chọn B.

$$\text{Vì } d \cap (S) = \{A; B\} \Rightarrow \text{Tọa độ } A, B \text{ là nghiệm của hệ } \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 0 \\ z = m + 2t \\ x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4z + 1 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (-1 + 2t)^2 + (m + 2t)^2 - 2(-1 + 2t) + 4(m + 2t) + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 8t^2 + 4mt + m^2 + 4m + 4 = 0 (*)$$

Theo giả thiết: Có hai giá trị thực của tham số để  $m$  cắt  $(S)$  tại hai điểm phân biệt  $A, B$  nên PT  $(*)$  phải có 2 nghiệm phân biệt  $t_1, t_2$ .

$$\text{Điều kiện: } \Delta' = m^2 + 8m + 8 < 0 (**)$$

$$\text{Theo Viet, ta có } \begin{cases} t_1 + t_2 = -\frac{m}{2} \\ t_1 t_2 = \frac{m^2 + 4m + 4}{8} \end{cases} (1)$$

Giả sử  $A(-1+2t_1; 0; m+2t_1)$ ,  $B(-1+2t_2; 0; m+2t_2)$ . Mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1; 0; -2)$ .

$$\Rightarrow \overline{IA} = (2t_1 - 2; 0; 2t_1 + m + 2); \overline{IB} = (2t_2 - 2; 0; 2t_2 + m + 2)$$

Theo giả thiết: Mặt phẳng tiếp diện của  $(S)$  tại  $A$  và tại  $B$  luôn vuông góc với nhau

$$\Rightarrow \overline{IA} \perp \overline{IB} \Leftrightarrow \overline{IA} \cdot \overline{IB} = 0 \Leftrightarrow (2t_1 - 2)(2t_2 - 2) + (2t_1 + m + 2)(2t_2 + m + 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow 8t_1 t_2 + 2m(t_1 + t_2) + (m + 2)^2 + 4 = 0 (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow m^2 + 4m + 4 - m^2 + (m + 2)^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow m^2 + 8m + 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m_1 = -2 \\ m_2 = -6 \end{cases} : \text{TM } (**)$$

$$\text{Vậy } m_1 m_2 = 12.$$

Câu 40.

Chọn B.

$V_1$  là thể tích khối nón lớn có đường sinh AC,

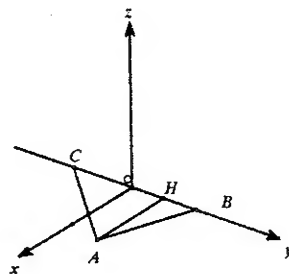
$V_2$  là thể tích khối nón nhỏ có đường sinh

AB.

$$\text{Ta có } V_1 = \frac{1}{3} \pi \cdot AH^2 \cdot HC = \frac{1}{3} \pi \cdot 2^2 \cdot 3 = 4\pi$$

$$\text{Và } V_2 = \frac{1}{3} \pi \cdot AH^2 \cdot HB = \frac{1}{3} \pi \cdot 2^2 \cdot 1 = \frac{4\pi}{3}$$

$$\text{Vậy } \frac{V_1}{V_2} = 3.$$



Câu 41. Chọn D

Điều kiện hàm số có ba cực trị là:  $m > 0$

Tọa độ ba điểm cực trị là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} y' = 0 \\ y = \frac{1}{4}x^4 - mx^2 + m^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 2mx = 0 \\ y = \frac{1}{4}x^4 - mx^2 + m^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^3 = 2mx \\ y = 2mx \cdot \frac{1}{4}x - mx^2 + m^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 = 2mx \\ y = -\frac{1}{2}mx^2 + m^2 \end{cases}$$

Đường parabol(C) qua ba điểm cực trị là:  $y = -\frac{1}{2}mx^2 + m^2$

$$A(2;24) \in (C) \Leftrightarrow \begin{cases} m = 6 \\ m = -4 \end{cases}$$

Kết luận:  $m = 6$

Câu 42. Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm  $I(0;4;0)$  bán kính  $R = \sqrt{5}$

Gọi  $A(0;a;0)$ . Ba mặt phẳng theo giả thiết đi qua  $A$  có pt lần lượt là

$$(\alpha_1): x = 0$$

$$(\alpha_2): z = 0$$

$$(\alpha_3): y - a = 0$$

Vì  $d(I; \alpha_1) = d(I; \alpha_2) = 0$  nên mặt cầu  $(S)$  cắt  $(\alpha_1); (\alpha_2)$  theo giao tuyến là đường tròn lớn có

bán kính  $R = \sqrt{5}$ . Diện tích hai hình tròn đó là  $S_1 + S_2 = 2\pi R^2 = 10\pi$

Suy ra mặt cầu  $(S)$  cắt  $(\alpha_3)$  theo giao tuyến là 1 đường tròn có diện tích tương ứng  $S_3 = \pi$

Bán kính đường tròn đó là:  $r_3 = \frac{S_3}{\pi} = 1$   $d(I, \alpha_3) = |4 - a| = IH$

Ta có:  $IH^2 + r_3^2 = R^2 \Rightarrow IH = |4 - a| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(0; 2; 0) \\ A(0; 6; 0) \end{cases}$

**Câu 43. Chọn A**

$$V_{A'.BDD'B'} = \frac{1}{3} D'B'D' \cdot \frac{1}{2} A'C'$$

$$\Leftrightarrow \frac{8}{3} = \frac{1}{3} D'D^3 \Leftrightarrow D'D = 2dm = 0,2m$$

**Câu 44. Chọn B**

Gọi  $M(x; y), (x; y \in \mathbb{R})$  là điểm biểu diễn số phức  $z$ .

Ta có:  $\begin{cases} x = m - 2 \\ y = m^2 - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = x + 2 \\ y = (x + 2)^2 - 1 \end{cases}$

$(C) \cap Ox \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = -1 \end{cases} \Rightarrow$  Diện tích cần tìm:  $S = \int_{-3}^{-1} x^2 + 4x + 3 dx$

Kết luận:  $S = \frac{3}{4}$

**Câu 45. Chọn D**

$$\log_a 2019 + \log_{\sqrt{a}} 2019 + \log_{\sqrt[3]{a}} 2019 + \dots + \log_{\sqrt[n]{a}} 2019 = 2033136 \cdot \log_a 2019$$

$$\Leftrightarrow (1 + 2 + 3 + \dots + n) \log_a 2019 = 2033136 \cdot \log_a 2019$$

$$\Leftrightarrow \frac{n(n+1)}{2} = 2033136 \rightarrow \text{solve} \rightarrow n = 2016$$

**Câu 46. Chọn C**

Vì quay 3 lần, mỗi chiếc có 7 khả năng dừng lại nên số phần tử của không gian mẫu là  $|\Omega| = 7^3 = 343$ .

Gọi A là biến cố: "trong ba lần quay, chiếc kim của bánh xe đỏ lần lượt dừng lại ở ba vị trí khác nhau".

Khi đó ta có:

+) Lần quay thứ nhất: chiếc kim có 7 khả năng.

+) Lần quay thứ hai: chiếc kim có 6 khả năng.

+) Lần quay thứ ba: chiếc kim có 5 khả năng.

$$\text{Do đó } |\Omega| = 7 \cdot 6 \cdot 5 = 210$$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{210}{343} = \frac{30}{49}.$$

**Câu 47. Chọn A**

Sử dụng Nhị thức Newton, ta có khai triển sau:

$$(1+ax)(1+x)^4 = (1+ax) \sum_{k=0}^4 C_4^k x^k = \sum_{k=0}^4 C_4^k x^k + a \sum_{k=0}^4 C_4^k x^{k+1}$$

$$\text{Hệ số chứa } x^3 \text{ trong khai triển trên là: } C_4^3 + aC_4^2 = 4 + 6a = 22 \Leftrightarrow a = 3$$

**Câu 48. Chọn D**

$$x, y, z \text{ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân} \Rightarrow xz = y^2 (1)$$





SHIFT CALC 9 = =

$$\begin{array}{l} \text{Math} \\ Y^2 - 2Y + 9 \\ X = -8 \\ L-R = 0 \end{array}$$

SHIFT CALC 8 = =

$$\begin{array}{l} \text{Math} \\ Y^2 - 2Y + 9 \\ X = -7 \\ L-R = 0 \end{array}$$

Y=10	Y=9	Y=8
X=-9	X=-8	X=-7

Ta thấy mối quan hệ là :  $x + y = 1 \rightarrow y = 1 - x$

$$S = (4x^2 + 3(1-x))(4(1-x)^2 + 3x) + 25x(1-x) \text{ Xét trên } [0;1]$$

MODE 7 ( 4 ALPHA )  $x^2$  + 3 ( 1 - ALPHA ) ) ) ( 4 ( 1 - ALPHA ) ) )  $x^2$   
+ 3 ALPHA ) ) + 2 5 ALPHA ) ( 1 - ALPHA ) )

$$f(x) = 4 - 25x(1-x)$$

= 0 = 1 = 0 . 0 5 =

X	F(X)
0.45	12.485
0.5	12.5
0.55	12.485

Chúng ta để ý thấy min nằm trong khoảng 0 đến 0.1 các em tiếp tục xét hàm trên khoảng bé này

AC = = 0 . 1 = 0 . 0 0 5 =

X	F(X)
0.06	11.9375
0.065	11.93754761
0.07	11.9375

CASIO LUYỆN ĐỀ THPT QG

KỲ THI THPT QUỐC GIA NĂM 2018

ĐỀ THI THAM KHẢO

Bài Thi : Toán

Đề Luyện Tập Số 8

Thời gian làm bài: 90 phút

Câu 1. Cho số phức  $z = 2 - 3i$ . Tìm môđun của số phức  $w = (1 + i)z - \bar{z}$ .

- A.  $|w| = 3$ . B.  $|w| = 5$ . C.  $|w| = -4$ . D.  $|w| = \sqrt{7}$ .

Câu 2. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A.  $\int \frac{dx}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x} + C$ . B.  $\int 2^x dx = 2^x + C$ . C.  $\int \frac{dx}{x^2} = \frac{1}{x} + C$ . D.  $\int \frac{dx}{x+1} = \ln|x| + C$ .

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , đường thẳng  $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2}$  vuông góc với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau?

- A.  $(P): x + y + z = 0$ . B.  $(\beta): x + y - z = 0$ . C.  $(\alpha): x + y + 2z = 0$ . D.  $(Q): x + y - 2z = 0$ .

Câu 4. Cho phương trình  $z^2 - 2z + 2 = 0$ . Mệnh đề nào sau đây là sai?

- A. Phương trình đã cho không có nghiệm nào là số ảo.  
B. Phương trình đã cho có 2 nghiệm phức.  
C. Phương trình đã cho không có nghiệm phức.  
D. Phương trình đã cho không có nghiệm thực.

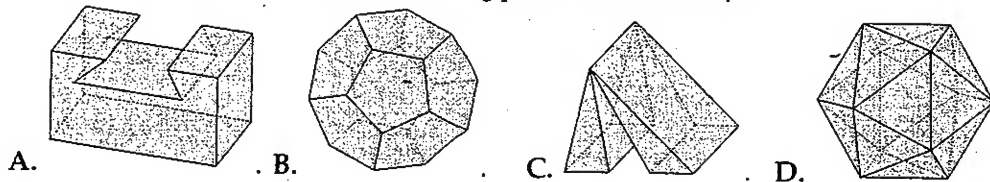
Câu 5. Cho hàm số  $y = \frac{3}{x+1}$  có đồ thị là  $(C)$ . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A.  $(C)$  có tiệm cận ngang là  $y = 3$ . B.  $(C)$  chỉ có một tiệm cận.  
C.  $(C)$  có tiệm cận ngang là  $y = 0$ . D.  $(C)$  có tiệm cận đứng là  $x = 1$ .

Câu 6. Tập xác định của hàm số  $y = (x-1)^{-\frac{1}{2}}$  là

- A.  $D = (-\infty; 1)$ . B.  $D = (1; +\infty)$ . C.  $D = [1; +\infty)$ . D.  $D = (0; 1)$ .

Câu 7. Vật thể nào trong các vật thể sau không phải là khối đa diện?



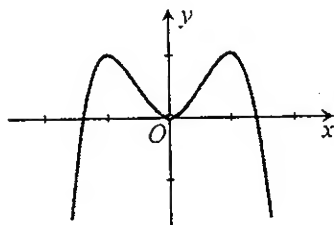
Câu 8. Cho  $z$  là một số ảo khác 0. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A.  $z = \bar{z}$ . B.  $z + \bar{z} = 0$ .  
C.  $\bar{z}$  là số thực. D. Phần ảo của  $z$  bằng 0.

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $M(a; b; c)$ . Mệnh đề nào sau đây là sai?

- A. Điểm  $M$  thuộc  $Oz$  khi và chỉ khi  $a = b = 0$ .  
B. Khoảng cách từ  $M$  đến  $(Oxy)$  bằng  $c$ .  
C. Tọa độ hình chiếu của  $M$  lên  $Ox$  là  $(a; 0; 0)$ .  
D. Tọa độ  $\overline{OM}$  là  $(a; b; c)$ .

Câu 10. Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên. Biết rằng  $f(x)$  là một trong bốn phương án A, B, C, D đưa ra dưới đây. Tìm  $f(x)$ .



- A.  $f(x) = x^4 - 2x^2$ . B.  $f(x) = x^4 + 2x^2$ .  
C.  $f(x) = -x^4 + 2x^2 - 1$ . D.  $f(x) = -x^4 + 2x^2$ .

Câu 11. Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây là sai?

- A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(2; +\infty)$ .  
B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(3; +\infty)$ .  
C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 1)$ .  
D. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng  $(0; 3)$ .

$x$	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$y'$	+	0	-	+
$y$	$-\infty$	3	0	$+\infty$

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(\alpha): x - y + 2z + 1 = 0$  và đường thẳng  $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{-1}$ . Góc giữa đường thẳng  $\Delta$  và mặt phẳng  $(\alpha)$  bằng

- A.  $30^\circ$ . B.  $60^\circ$ . C.  $150^\circ$ . D.  $120^\circ$ .

Câu 13. Một hình nón có tỉ lệ giữa đường sinh và bán kính đáy bằng 2. Góc ở đỉnh của hình nón bằng

- A.  $120^\circ$ . B.  $30^\circ$ . C.  $150^\circ$ . D.  $60^\circ$ .

Câu 14. Nghiệm của bất phương trình  $e^x + e^{-x} < \frac{5}{2}$  là

A.  $x < \frac{1}{2}$  hoặc  $x > 2$ .

B.  $\frac{1}{2} < x < 2$ .

C.  $-\ln 2 < x < \ln 2$ .

D.  $x < -\ln 2$  hoặc  $x > \ln 2$ .

Câu 15. Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và thỏa mãn  $f(-1) > 0 > f(0)$ . Gọi  $S$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = f(x)$ ,  $y = 0$ ,  $x = -1$  và  $x = 1$ . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A.  $S = \int_{-1}^0 f(x) dx + \int_0^1 |f(x)| dx$ .

B.  $S = \int_{-1}^1 |f(x)| dx$ .

C.  $S = \int_{-1}^1 f(x) dx$ .

D.  $S = \left| \int_{-1}^1 f(x) dx \right|$ .

Câu 16. Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $C$ ,  $AB = a\sqrt{5}$ ,  $AC = a$ . Cạnh bên  $SA = 3a$  và vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích của khối chóp  $S.ABC$  bằng

A.  $\frac{\sqrt{5}}{2}a^3$ .

B.  $3a^3$ .

C.  $a^3$ .

D.  $2a^3$ .

Câu 17. Hình trụ có bán kính đáy bằng  $a$ , chu vi của thiết diện qua trục bằng  $10a$ . Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A.  $5\pi a^3$ .

B.  $\pi a^3$ .

C.  $3\pi a^3$ .

D.  $4\pi a^3$ .

Câu 18. Có bao nhiêu số nguyên dương  $m$  để phương trình  $\cos^2 x + \sqrt{m + \cos x} = m$  có nghiệm thực

A. 2

B. 4

C. 3

D. 5

Câu 19. Gọi  $M, n$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \frac{x^2 - 3}{x - 2}$  trên đoạn  $\left[-1; \frac{3}{2}\right]$ . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A.  $M + n = \frac{8}{3}$ .

B.  $M + n = \frac{7}{2}$ .

C.  $M + n = \frac{13}{6}$ .

D.  $M + n = \frac{4}{3}$ .

Câu 20. Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $A(0;0;0)$ ,  $B(3;0;0)$ ,  $D(0;3;0)$  và  $D'(0;3;-3)$ . Tọa độ trọng tâm của tam giác  $A'B'C$  là

A.  $(2;1;-1)$ .

B.  $(1;1;-2)$ .

C.  $Oxyz$

D.  $(1;2;-1)$ .

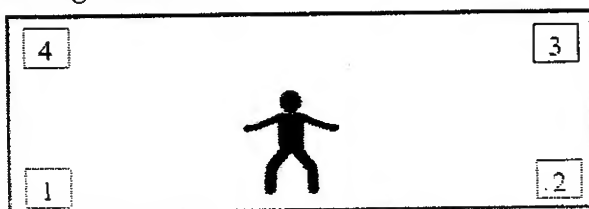
Câu 21. Số giá trị nguyên của tham số  $m$  thuộc đoạn  $[-2018; 2018]$  để phương trình  $(m+1)\sin^2 x - \sin 2x + \cos 2x = 0$  có nghiệm là:

- A. 4037.                      B. 4036.                      C. 2019.                      D. 2020.

Câu 22. Biết rằng  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sin(1-2x)$  và thỏa mãn  $F\left(\frac{1}{2}\right) = 1$ . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A.  $F(x) = -\frac{1}{2}\cos(1-2x) + \frac{3}{2}$ .                      B.  $F(x) = \cos(1-2x)$ .  
C.  $F(x) = \cos(1-2x) + 1$ .                      D.  $F(x) = \frac{1}{2}\cos(1-2x) + \frac{1}{2}$ .

Câu 23. Trong trận đấu bóng đá giữa 2 đội Real Madrid và Barcelona, trọng tài cho đội Barcelona được hưởng một quả Penalty. Cầu thủ sút phạt sút ngẫu nhiên vào 1 trong 4 vị trí 1, 2, 3, 4 và thủ môn bay người cản phá ngẫu nhiên đến 1 trong 4 vị trí 1, 2, 3, 4 với xác suất như nhau (thủ môn và cầu thủ sút phạt đều không đoán được ý định của đối phương). Biết nếu cầu thủ sút và thủ môn bay cùng vào vị trí 1 (hoặc 2) thì thủ môn cản phá được cú sút đó, nếu cùng vào vị trí 3 (hoặc 4) thì xác suất cản phá thành công là 50%. Tính xác suất của biến cố "cú sút đó không vào lưới"?



- A.  $\frac{5}{16}$ .                      B.  $\frac{3}{16}$ .                      C.  $\frac{1}{8}$ .                      D.  $\frac{1}{4}$ .

Câu 24. Cho hàm số  $y = \frac{x}{2^x}$ . Mệnh đề nào sau là đúng?

- A. Hàm số đã cho có điểm cực tiểu.  
B. Hàm số đã cho có cả điểm cực đại và điểm cực tiểu.  
C. Hàm số đã cho không có điểm cực trị.  
D. Hàm số đã cho có điểm cực đại.

Câu 25. Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và thỏa mãn  $\int_1^e \frac{f(\ln x)}{x} dx = e$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $\int_0^1 f(x) dx = 1$ . B.  $\int_0^1 f(x) dx = e$ . C.  $\int_0^e f(x) dx = 1$ . D.  $\int_0^e f(x) dx = e$ .

Câu 26. Xét các số thực dương  $x, y$  thỏa mãn  $\ln\left(\frac{1-2x}{x+y}\right) = 3x + y - 1$ . Tìm giá trị nhỏ nhất

$$P_{\min} \text{ của } P = \frac{1}{x} + \frac{1}{\sqrt{xy}}$$

- A.  $P_{\min} = 8$  B.  $P_{\min} = 16$  C.  $P_{\min} = 4$  D.  $P_{\min} = 2$

Câu 27. Cho hai đường thẳng song song  $d_1, d_2$ . Trên  $d_1$  có 6 điểm phân biệt được tô màu đỏ. Trên  $d_2$  có 4 điểm phân biệt được tô màu xanh. Xét tất cả các tam giác được tạo thành khi nối các điểm đỏ với nhau. Chọn ngẫu nhiên một tam giác, khi đó xác suất để thu được tam giác có hai đỉnh màu đỏ là:

- A.  $\frac{5}{32}$ . B.  $\frac{5}{8}$ . C.  $\frac{5}{9}$ . D.  $\frac{5}{7}$ .

Câu 28. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ  $Oxy$ , cho các điểm  $A(4;0)$ ,  $B(1;4)$  và  $C(1;-1)$ . Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$ . Biết rằng  $G$  là điểm biểu diễn số phức  $z$ . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A.  $z = 3 + \frac{3}{2}i$ . B.  $z = 3 - \frac{3}{2}i$ . C.  $z = 2 - i$ . D.  $z = 2 + i$ .

Câu 29. Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $\Delta$  nằm trong mặt phẳng  $(\alpha): x + y + z - 3 = 0$  đồng thời đi qua điểm  $M(1;2;0)$  và cắt đường thẳng

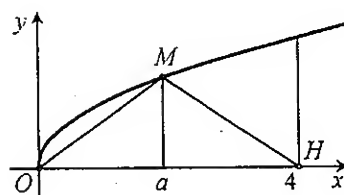
$$d: \frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{1}. \text{ Một vector chỉ phương của } \Delta \text{ là}$$

- A.  $\vec{u} = (1;1;-2)$ . B.  $\vec{u} = (1;0;-1)$ . C.  $\vec{u} = (1;-1;-2)$ . D.  $\vec{u} = (1;-2;1)$ .

Câu 30. Cho  $a, b$  là các số thực và  $f(x) = a \ln^{2017}(\sqrt{x^2+1}+x) + bx \sin^{2018} x + 2$ . Biết  $f(5^{\log_5 6}) = 6$ , tính giá trị của biểu thức  $P = f(-6^{\log_6 5})$  với  $0 < c \neq 1$ .

- A.  $P = -2$ . B.  $P = 6$ . C.  $P = 4$ . D.  $P = 2$ .

Câu 31. Gọi  $V$  là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = 0$  và  $x = 4$  quanh trục  $Ox$ . Đường thẳng  $x = a$  ( $0 < a < 4$ ) cắt đồ thị hàm  $y = \sqrt{x}$  tại  $M$  (hình vẽ bên). Gọi  $V_1$  là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay tam giác  $OMH$  quanh trục  $Ox$ . Biết rằng  $V = 2V_1$ . Khi đó



- A.  $a = 2$ .      B.  $a = 2\sqrt{2}$ .      C.  $a = \frac{5}{2}$ .      D.  $a = 3$ .

Câu 32. Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = (m^2 - 1)x^4 - 2mx^2$  đồng biến trên  $(1; +\infty)$

- A.  $m \leq -1$  hoặc  $m > 1$       B.  $m \leq -1$  hoặc  $m \geq \frac{1+\sqrt{5}}{2}$   
C.  $m = -1$  hoặc  $m > \frac{1+\sqrt{5}}{2}$       D.  $m \leq -1$

Câu 33. Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $x - \frac{2}{\log_3(x+1)} = m$  có hai nghiệm phân biệt.

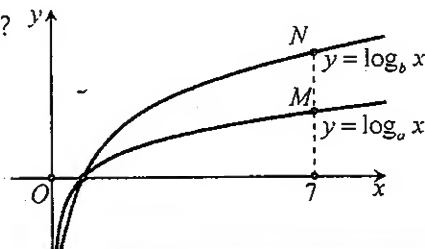
- A.  $-1 < m \neq 0$ .      B.  $m > -1$ .      C. Không tồn tại  $m$ .      D.  $-1 < m < 0$ .

Câu 34. Cho  $\int \left( \frac{ax+b+ce^x\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2+1}} \right) dx = 9\sqrt{x^2+1} + 2\ln(x+\sqrt{x^2+1}) + 5e^x + C$ . Tính giá trị biểu thức  $M = a + b + c$ .

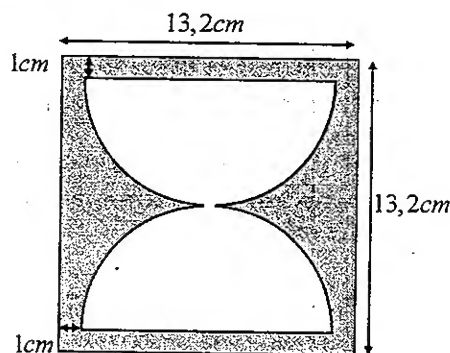
- A. 6.      B. 20.      C. 16.      D. 10.

Câu 35. Cho các hàm số  $y = \log_a x$  và  $y = \log_b x$  có đồ thị như hình vẽ bên. Đường thẳng  $x = 7$  cắt trục hoành, đồ thị hàm số  $y = \log_a x$  và  $y = \log_b x$  lần lượt tại  $H$ ,  $M$ ,  $N$ . Biết rằng  $HM = MN$ . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A.  $a = 7b$ .      B.  $a = 2b$ .  
C.  $a = b^7$ .      D.  $a = b^2$ .



Câu 36. Một xưởng sản xuất muốn tạo ra những chiếc đồng hồ cát thủy tinh có dạng hình trụ, phần chứa cát là hai nửa hình cầu bằng nhau. Hình vẽ bên với kích thước đã cho là bản thiết kế thiết diện qua trục của chiếc đồng hồ này (phần giới hạn bởi hình trụ và phần hai nửa hình cầu chứa cát). Khi đó, lượng thủy tinh làm chiếc đồng hồ cát gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau



- A.  $1070,8 \text{ cm}^3$ .      B.  $602,2 \text{ cm}^3$ .  
C.  $711,6 \text{ cm}^3$ .      D.  $6021,3 \text{ cm}^3$ .

Câu 37. Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{1}{m \log_3^2 x - 4 \log_3 x + m + 3}$  xác định trên khoảng  $(0; +\infty)$ .

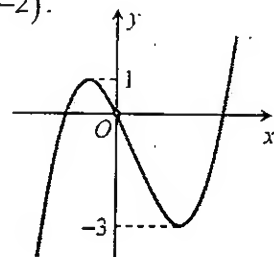
- A.  $m \in (-\infty; -4) \cup (1; +\infty)$ .      B.  $m \in [1; +\infty)$ .  
C.  $m \in (-4; 1)$ .      D.  $m \in (1; +\infty)$ .

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I$  thuộc đường thẳng  $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z}{2}$ . Biết rằng mặt cầu  $(S)$  có bán kính bằng  $2\sqrt{2}$  và cắt mặt phẳng  $(Oxz)$  theo một đường tròn có bán kính bằng 2. Tìm tọa độ của điểm  $I$ .

- A.  $I(5; 2; 10)$ ,  $I(0; -3; 0)$ .      B.  $I(1; -2; 2)$ ,  $I(0; -3; 0)$ .  
C.  $I(1; -2; 2)$ ,  $I(5; 2; 10)$ .      D.  $I(1; -2; 2)$ ,  $I(-1; 2; -2)$ .

Câu 39. Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị như hình bên.

Tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = |f(x) + m|$  có ba điểm cực trị là



- A.  $m \leq -1$  hoặc  $m \geq 3$ .      B.  $m \leq -3$  hoặc  $m \geq 1$ .  
C.  $m = -1$  hoặc  $m = 3$ .      D.  $1 \leq m \leq 3$ .

Câu 40. Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , gọi  $(\alpha)$  là mặt phẳng chứa đường thẳng  $\Delta$  có phương trình  $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$  và vuông góc với mặt phẳng  $(\beta): x + y - 2z - 1 = 0$ . Giao tuyến của  $(\alpha)$  và  $(\beta)$  đi qua điểm nào trong các điểm sau



- A.  $A(2;1;1)$ . B.  $C(1;2;1)$ . C.  $D(2;1;0)$ . D.  $B(0;1;0)$ .

Câu 41. Cho khai triển  $P(x) = (1+x)(1+2x)\dots(1+2017x) = a_0 + a_1x + \dots + a_{2017}x^{2017}$ .

Tính  $T = a_2 + \frac{1}{2}(1^2 + 2^2 + \dots + 2017^2)$ .

- A.  $\left(\frac{2016 \cdot 2017}{2}\right)^2$ . B.  $\left(\frac{2017 \cdot 2018}{2}\right)^2$ . C.  $\frac{1}{2}\left(\frac{2016 \cdot 2017}{2}\right)^2$ . D.  $\frac{1}{2}\left(\frac{2017 \cdot 2018}{2}\right)^2$ .

Câu 42. Cho hình chóp đều  $S.ABCD$  có đáy bằng  $2a$ , khoảng cách giữa hai đường thẳng  $SA$  và  $CD$  bằng  $a\sqrt{3}$ . Thể tích khối chóp đều  $S.ABCD$  bằng

- A.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ . B.  $4a^3\sqrt{3}$ . C.  $a^3\sqrt{3}$ . D.  $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$ .

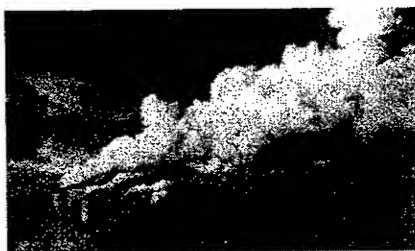
Câu 43. Biết rằng  $\int_0^1 x \cos 2x dx = \frac{1}{4}(a \sin 2 + b \cos 2 + c)$  với  $a, b, c \in \mathbb{Z}$ . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A.  $2a + b + c = -1$ . B.  $a + 2b + c = 0$ . C.  $a - b + c = 0$ . D.  $a + b + c = 1$ .

Câu 44. Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$  đi qua điểm  $A(2; -2; 5)$  và tiếp xúc với các mặt phẳng  $(\alpha): x = 1$ ,  $(\beta): y = -1$ ,  $(\gamma): z = 1$ . Bán kính mặt cầu  $(S)$  bằng

- A. 3. B. 1. C.  $3\sqrt{2}$ . D.  $\sqrt{33}$ .

Câu 45. Các khí thải gây hiệu ứng nhà kính là nguyên nhân chủ yếu làm trái đất nóng lên. Theo OECD (Tổ chức hợp tác và phát triển kinh tế thế giới), khi nhiệt độ trái đất tăng lên thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm. Người ta ước tính rằng khi nhiệt độ trái đất tăng thêm  $2^\circ\text{C}$  thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm 3%, còn khi nhiệt độ trái đất tăng thêm  $5^\circ\text{C}$  thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm 10%.



Biết rằng nếu nhiệt độ trái đất tăng thêm  $t^\circ\text{C}$ , tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm  $f(t)\%$  thì  $f(t) = k \cdot a^t$  (trong đó  $a, k$  là các hằng số dương). Nhiệt độ trái đất tăng thêm bao nhiêu độ C thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm 20%?

- A.  $9,3^\circ\text{C}$ . B.  $7,6^\circ\text{C}$ . C.  $6,7^\circ\text{C}$ . D.  $8,4^\circ\text{C}$ .

Câu 46. Cho các số thực  $x, y$  thỏa mãn  $x + y = 2(\sqrt{x-3} + \sqrt{y+3})$ . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = 4(x^2 + y^2) + 15xy$  là

- A.  $\min P = -80$ . B.  $\min P = -91$ . C.  $\min P = -83$ . D.  $\min P = -63$ .

Câu 47. Cho các số phức  $z, w$  thỏa mãn  $|z+2-2i| = |z-4i|, w = iz+1$ . Giá trị nhỏ nhất của  $|w|$  là

- A.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ . B.  $2\sqrt{2}$ . C. 2. D.  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ .

Câu 48. Cho lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có  $AB = AC = a, BC = \sqrt{3}a$ . Cạnh bên  $AA' = 2a$ . Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện  $AB'C'C$  bằng

- A.  $a$ . B.  $\sqrt{2}a$ . C.  $\sqrt{5}a$ . D.  $\sqrt{3}a$ .

Câu 49. Biết rằng đồ thị hàm số  $y = f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ , ( $a, b, c, d, e \in \mathbb{R}; a \neq 0, b \neq 0$ ) cắt trục hoành  $Ox$  tại 4 điểm phân biệt. Khi đó đồ thị hàm số  $y = g(x) = (4ax^3 + 3bx^2 + 2cx + d)^2 - 2(6ax^2 + 3bx + c) \cdot (ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e)$  cắt trục hoành  $Ox$  tại bao nhiêu điểm?

- A. 6. B. 0. C. 4. D. 2.

Câu 50. Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có thể tích bằng  $V$ . Các điểm  $M, N, P$  lần lượt thuộc các cạnh  $AA', BB', CC'$  sao cho  $\frac{AM}{AA'} = \frac{1}{2}, \frac{BN}{BB'} = \frac{CP}{CC'} = \frac{2}{3}$ . Thể tích khối đa diện  $ABC.MNP$  bằng

- A.  $\frac{2}{3}V$  B.  $\frac{9}{16}V$  C.  $\frac{20}{27}V$  D.  $\frac{11}{18}V$

**Bảng Đáp Án**

1.B	2.A	3.C	4.C	5.C	6.B	7.C	8.B	9.B	10.D
11.D	12.A	13.D	14.C	15.B	16.C	17.C	18.C	19.A	20.C
21.D	22.D	23.B	24.D	25.B	26.A	27.A	28.D	29.A	30.C
31.D	32.B	33.B	34.C	35.D	36.A	37.A	38.C	39.A	40.A
41.D	42.D	43.C	44.A	45.C	46.C	47.A	48.B	49.B	50.D

**Giải Chi Tiết**

Casio anh chỉ hướng dẫn một số câu khó nhé, nhiều câu cơ bản thì các em tự bấm

**Câu 1. Chọn B.**

Ta có  $w = (1+i)(2-3i) - (2+3i) = 3-4i \Rightarrow |w| = 5$ .

**Câu 2. Chọn A.**

$$\text{Đặt } t = \sqrt{x} \Rightarrow x = t^2 \Rightarrow dx = 2t dt \Rightarrow \int \frac{dx}{\sqrt{x}} = \int \frac{2t}{t} dt = 2t + C = 2\sqrt{x} + C.$$

**Câu 3. Chọn C.**

$\Delta \perp (P) \Rightarrow \vec{u}_\Delta$  cùng phương với  $\vec{n}_P$ .

Do VTCP của  $\Delta \Rightarrow \vec{u}_\Delta = (1, 1, 2)$ , VTPT của  $(P)$  là  $\vec{n}_P = (1; 1; 2)$ .

**Câu 4. Chọn C.**

$$z^2 - 2z + 2 = 0 \Leftrightarrow (z-1)^2 = i^2 \Leftrightarrow z = 1 \pm i.$$

**Câu 5. Chọn C.**

$$y = \frac{3}{x+1} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} y = 0 \Rightarrow y = 0 \text{ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.}$$

**Câu 6. Chọn B.**

Hàm số xác định khi và chỉ khi  $x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$ .

**Câu 7. Chọn C.**

Vì hình C vi phạm tính chất " Mỗi cạnh của miền đa giác nào cũng là cạnh chung của đúng hai miền đa giác ".

**Câu 8. Chọn B.**

Gọi  $z = yi (y \neq 0)$ ,  $\bar{z} = -yi$  là một số ảo  $\Rightarrow z + \bar{z} = 0$ .

Câu 9. Chọn B.

Ta có:  $d(M, (Oxy)) = |c|$ , nên mệnh đề B sai.

Câu 10. Chọn D.

Ta có:  $\begin{cases} ab < 0 \\ c = 0 \end{cases}$  nên đồ thị hàm số có một cực tiểu và hai cực đại, đồng thời đi qua gốc tọa độ.

Câu 11. Chọn D.

Dựa vào bảng biến thiên.

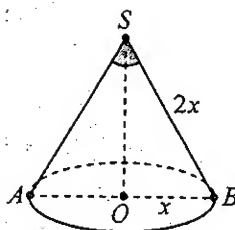
Câu 12. Chọn A.

Ta có  $\overline{n_{(\alpha)}} = (1; -1; 2)$ ,  $\overline{u_{\Delta}} = (1; 2; -1)$ .

Suy ra  $\sin((\alpha), \Delta) = \frac{|1-2-2|}{\sqrt{6}\sqrt{6}} = \frac{1}{2} \Rightarrow ((\alpha), \Delta) = 30^\circ$

Câu 13. Chọn D.

Ta có  $\sin OSB = \frac{OB}{SB} = \frac{1}{2} \Rightarrow OSB = 30^\circ \Rightarrow ASB = 60^\circ$ .



Câu 14. Chọn C.

Ta có  $e^x + e^{-x} < \frac{5}{2} \Leftrightarrow e^x + \frac{1}{e^x} < \frac{5}{2} \Leftrightarrow 2(e^x)^2 - 5e^x + 2 < 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} < e^x < 2 \Leftrightarrow -\ln 2 < x < \ln 2$

Câu 15. Chọn B.

Từ giả thiết ta có diện tích hình phẳng cần tìm được giới hạn bởi đồ thị hàm số

$y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ ,  $y = 0$ ,  $x = -1$  và  $x = 1$ , nên:  $S = \int_{-1}^1 |f(x)| dx$ .

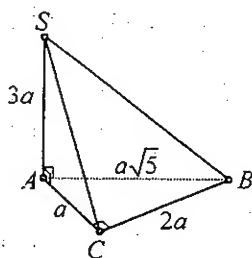
Câu 16. Chọn C.

Vì  $\triangle ABC$  vuông nên áp dụng pitago

$$CB = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{5a^2 - a^2} = 2a.$$

Diện tích đáy  $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 2a = a^2$ .

Thể tích khối chóp:  $V_{SABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot 3a = a^3$ .



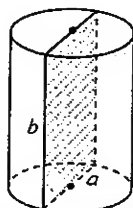
Câu 17. Chọn C

Thiết diện qua trục là 1 hình chữ nhật.

Giả sử chiều cao của khối trụ là b.

Theo đề ra  $2(2a + b) = 10a \Rightarrow b = 3a$ .

Thể tích khối trụ là  $V = S.h = \pi a^2 \cdot 3a = 3\pi a^3$ .



Câu 18. Chọn C.

Casio : Các em dễ thấy  $m=0 \rightarrow \cos^2 x + \sqrt{\cos x} = 0 \rightarrow \cos x = 0$  là có nghiệm do đó  $0 \in [a, b]$  là cái đoạn tập hợp các giá trị của m để phương trình kia có nghiệm, bây giờ mình sẽ đi từ  $0 \rightarrow b$  vì ở đây chỉ xét nguyên dương, xét lần lượt  $m=1,2,3,4, \dots$

\* $m=1$

MODE 7  
COS ALPHA ) )  $x^2$  +  $\sqrt{\phantom{x}}$  1 + COS ALPHA ) )  $\rightarrow$  - 1  
f(X) =  $\sqrt{1 + \cos(X)} - 1$

$\equiv$  - SHIFT  $\times 10^2$   $\equiv$  SHIFT  $\times 10^2$   $\equiv$  SHIFT  $\times 10^2$   $\div$  1 2  $\equiv$   
Math  
1 | -3.141 | F(X) |  
2 | -2.879 | 0.1176 |  
3 | -2.617 | 0.116 |

Có nghiệm, xét tiếp  $m=2$

f(X) =  $\sqrt{1 + \cos(X)} - 2$   
Math  
1 | -3.141 | F(X) |  
2 | -2.879 | -0.05 |  
3 | -2.617 | -0.185 |

Có nghiệm, xét tiếp  $m=3$

f(X) =  $\sqrt{1 + \cos(X)} - 3$   
Math  
12 | -0.261 | F(X) |  
13 | 0 | -0.075 |  
14 | 0.261 | -0.075 |

Có nghiệm, xét tiếp  $m=4$

f(X) =  $\sqrt{1 + \cos(X)} - 4$   
Math  
11 | -0.523 | F(X) |  
12 | -0.261 | -0.838 |  
13 | 0 | -0.916 |  
-0.7639320225

Các em thấy dấu nó không đổi nên nó không có nghiệm vậy ta chỉ có  $m=1,2,3$

Câu 19. Chọn A.

Trên  $\left[-1; \frac{3}{2}\right]$  hàm số liên tục và có đạo hàm  $y' = \frac{x^2 - 4x + 3}{(x-2)^2}$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 - 4x + 3}{(x-2)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in \left[-1; \frac{3}{2}\right] \\ x = 3 \notin \left[-1; \frac{3}{2}\right] \end{cases}; y(-1) = \frac{2}{3}; y(1) = 2; y\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{3}{2}.$$

$$M = \max_{\left[-1; \frac{3}{2}\right]} y = y(1) = 2; n = \min_{\left[-1; \frac{3}{2}\right]} y = y(-1) = \frac{2}{3} \Rightarrow M + n = \frac{8}{3}$$

Casio: Dùng Table nhé các em

Câu 20. Chọn C.

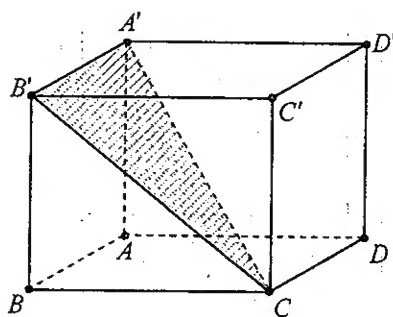
Gọi  $A'(a_1; a_2; a_3)$ ,  $B'(b_1; b_2; b_3)$ ,  $C(c_1; c_2; c_3)$

Do tính chất hình hộp ta có:

$$\overline{AA'} = \overline{DD'} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = 0 \\ a_2 = 0 \\ a_3 = -3 \end{cases} \Rightarrow A'(0; 0; -3)$$

$$\overline{BB'} = \overline{DD'} \Leftrightarrow \begin{cases} b_1 - 3 = 0 \\ b_2 = 0 \\ b_3 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_1 = 3 \\ b_2 = 0 \\ b_3 = -3 \end{cases} \Rightarrow B'(3; 0; -3)$$

$$\overline{DC} = \overline{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} c_1 = 3 \\ c_2 - 3 = 0 \\ c_3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c_1 = 3 \\ c_2 = 3 \\ c_3 = 0 \end{cases} \Rightarrow C(3; 3; 0)$$



Tọa độ trọng tâm  $G$  của tam giác  $A'B'C$  là:  $G(2; 1; -2)$ .

Câu 21. Chọn D.

Đầu tiên các em phải tìm  $m$  để phương trình có nghiệm đã, cô lập  $m$  ta được

$$m = \frac{\sin 2x - \cos 2x}{\sin^2 x} - 1 = f(x) \text{ phương trình này muốn có nghiệm thì } \min_{f(x)} \leq m \leq \max_{f(x)}$$

Các em khảo sát bằng Table là xong

MODE 7  $\frac{\square}{\square}$  sin 2 ALPHA  $\frac{\square}{\square}$  )  $\frac{\square}{\square}$  - cos 2 ALPHA  $\frac{\square}{\square}$  )  $\frac{\square}{\square}$  sin ALPHA  $\frac{\square}{\square}$  )  $\frac{\square}{\square}$   $x^2$   $\frac{\square}{\square}$  - 1

$$f(x) = \frac{\sin(2x) - \cos(2x)}{\sin^2 x} - 1$$

$\frac{\square}{\square}$  - SHIFT  $x10^x$   $\frac{\square}{\square}$  SHIFT  $x10^x$   $\frac{\square}{\square}$  SHIFT  $x10^x$   $\frac{\square}{\square}$  1 2  $\frac{\square}{\square}$

Các em thấy  $m \leq 1$  kết hợp với  $[-2018; 2018]$  thì có 2020 giá trị nguyên

Câu 22. Chọn D.

$$F(x) = \int f(x) dx = \int \sin(1-2x) dx = -\frac{1}{2} [-\cos(1-2x)] + C = \frac{1}{2} \cos(1-2x) + C.$$

$$\text{Mà } F\left(\frac{1}{2}\right) = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cos\left(1-2 \cdot \frac{1}{2}\right) + C = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2} + C = 1 \Leftrightarrow C = \frac{1}{2} \Rightarrow F(x) = \frac{1}{2} \cos(1-2x) + \frac{1}{2}.$$

Câu 23. Chọn B.

Xét tại vị trí 3 : xác suất để cầu thủ đá đúng vị trí 3 là  $\frac{1}{4}$  đây cũng xác suất thủ môn lao đến

vị trí 3 và xác suất để thủ môn bắt được bóng ở vị trí này là  $\frac{1}{2}$  do đó xác suất để bóng

không vào lưới là :  $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{32}$  tương tự với vị trí 4:  $\frac{1}{32}$

Xét tại vị trí 1 : cũng tương tự tuy nhiên khi cầu thủ và thủ môn cùng lao về vị trí này thì thủ môn chắc chắn bắt được bóng do đó xác suất là  $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4}$  tương tự với vị trí 2.

$$\text{Vậy tổng kết xác suất cần tìm là : } P = \frac{1}{32} \cdot 2 + \frac{1}{16} \cdot 2 = \frac{3}{16}$$

Câu 24. Chọn D.

$$y' = \frac{1 \cdot 2^x - 2^x \ln 2}{2^{2x}} = \frac{1-x \ln 2}{2^x}; y' = 0 \Leftrightarrow 1-x \ln 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{\ln 2}$$

$$\text{Lại có } y'' = \frac{-\ln 2 \cdot 2^x - 2^x \ln 2 (1-x \ln 2)}{2^{2x}} = \frac{-\ln 2 - \ln 2 + x \ln^2 2}{2^x} = \frac{x \ln^2 2 - 2 \ln 2}{2^x}$$

$$y''\left(\frac{1}{\ln 2}\right) = \frac{-\ln 2}{2^{\frac{1}{\ln 2}}} < 0 \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow x = \frac{1}{\ln 2} \text{ là điểm cực đại của hàm số.}$$

Câu 25. Chọn B.

$$\text{Đặt } t = \ln x \Rightarrow dt = \frac{1}{x} dx. \text{ Cận : } x=1 \Rightarrow t=0; x=e \Rightarrow t=1$$

$$\int_1^e \frac{f(\ln x)}{x} dx = \int_0^1 f(t) dt = e \Leftrightarrow \int_0^1 f(x) dx = e.$$

Câu 26. Chọn A

Từ  $\ln\left(\frac{1-2x}{x+y}\right) = 3x+y-1$  các em tìm ra mối quan hệ giữa  $x$  và  $y$  như sau :

$\ln\left(\frac{1-2x}{x+y}\right) - (3x+y-1)$

$\ln\left(\frac{1-2x}{x+y}\right) - (3x+y-1)$

$\ln\left(\frac{1-2x}{x+y}\right) - (3x+y-1)$

$\ln\left(\frac{1-2x}{x+y}\right) - (3x+y-1)$

Mối quan hệ là :  $3x+y-1=0 \rightarrow y=1-3x \rightarrow P = \frac{1}{x} + \frac{1}{\sqrt{x(1-3x)}}$  xét bằng Table  $x \in \left[0; \frac{1}{3}\right]$

$f(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{\sqrt{x(1-3x)}}$

Câu 27. Chọn A.

Các em chia làm 2 trường hợp :

TH1 : 2 điểm trên  $d_1$  và 1 điểm trên  $d_2$  ta có :  $4C_6^2$

TH2 : 1 điểm trên  $d_1$  và 2 điểm trên  $d_2$  ta có :  $6C_4^2$

Xác suất cần tìm :  $P = \frac{4C_6^2 + 6C_4^2}{4C_6^2 + 6C_4^2} = \frac{5}{8}$

Câu 28. Chọn D.

Áp dụng công thức trọng tâm ta được tọa độ điểm  $G(2;1)$ . Vậy số phức  $z = 2+i$ .

Câu 29. Chọn A.

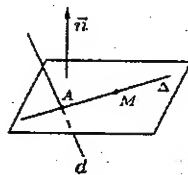
Cách 1:

Gọi  $A(2+2t; 2+t; 3+t) \in d$  là giao điểm của  $\Delta$  và  $d$ .

$\overrightarrow{MA} = (1+2t; t; 3+t)$ , VTPT của  $(\alpha)$  là  $\vec{n}_{(\alpha)} = (1; 1; 1)$ .

Ta có :  $\Delta \subset (\alpha) \Rightarrow \overrightarrow{MA} \perp \vec{n}_{(\alpha)} \Rightarrow \overrightarrow{MA} \cdot \vec{n}_{(\alpha)} = 0 \Leftrightarrow 1+2t+t+3+t=0 \Leftrightarrow t=-1$ .

$\Rightarrow \overrightarrow{MA}(-1; -1; 2) = -1(1; 1; -2)$ . Vậy  $\vec{u}_d = (1; 1; -2)$ .







Ta có  $\sqrt{x} = 0 \Leftrightarrow x = 0$ . Khi đó  $V = \pi \int_0^4 x dx = 8\pi$

Ta có  $M(a; \sqrt{a})$

Khi quay tam giác  $OMH$  quanh trục  $Ox$  tạo thành hai hình nón có chung đáy:

- Hình nón  $(N_1)$  có đỉnh là  $O$ , chiều cao  $h_1 = OK = a$ , bán kính đáy  $R = MK = \sqrt{a}$ ;
- Hình nón  $(N_2)$  thứ 2 có đỉnh là  $H$ , chiều cao  $h_2 = HK = 4 - a$ , bán kính đáy  $R = MK = \sqrt{a}$

Khi đó  $V_1 = \frac{1}{3} \pi R^2 h_1 + \frac{1}{3} \pi R^2 h_2 = \frac{1}{3} \pi (\sqrt{a})^2 \cdot a + \frac{1}{3} \pi (\sqrt{a})^2 \cdot (4 - a) = \frac{4}{3} \pi a$

Theo đề bài  $V = 2V_1 \Leftrightarrow 8\pi = 2 \cdot \frac{4}{3} \pi a \Rightarrow a = 3$ .

Câu 32. Chọn B.

$$y' = 4(m^2 - 1)x^3 - 4mx = 4x[(m^2 - 1)x^2 - m]$$

Để hàm số  $y = (m^2 - 1)x^4 - 2mx^2$  đồng biến trên  $(1; +\infty) \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in (1; +\infty)$

$$\Leftrightarrow (m^2 - 1)x^2 - m \geq 0, \forall x \in (1; +\infty), (*)$$

- Nếu  $m^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow m = 1$  hoặc  $m = -1$ .

✓ Với  $m = 1$  khi đó  $(*) \Leftrightarrow -1 \geq 0$  (mâu thuẫn)

✓ Với  $m = -1$  khi đó  $(*) \Leftrightarrow 1 \geq 0$  (đúng) nhận  $m = -1$

- Nếu  $m^2 - 1 > 0 \Leftrightarrow m < -1$  hoặc  $m > 1$ .

$$\text{Khi đó } (*) \Leftrightarrow (m^2 - 1)x^2 \geq m, \forall x \in (1; +\infty) \Leftrightarrow x^2 \geq \frac{m}{m^2 - 1}, \forall x \in (1; +\infty) \Leftrightarrow 1 \geq \frac{m}{m^2 - 1}$$

$$\Leftrightarrow m^2 - m - 1 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \\ m \geq \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m \geq \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

- Nếu  $m^2 - 1 < 0 \Leftrightarrow -1 < m < 1$

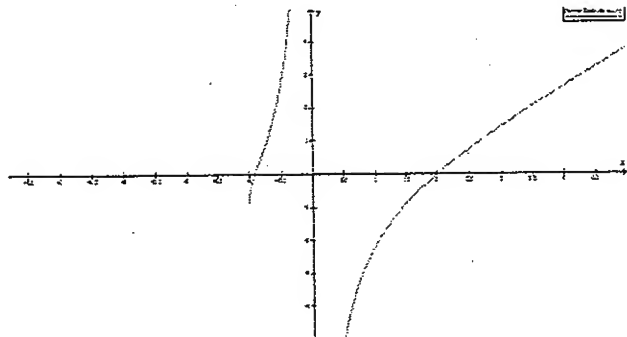
$$\text{Khi đó } (*) \Leftrightarrow (m^2 - 1)x^2 \geq m, \forall x \in (1; +\infty) \Leftrightarrow x^2 \leq \frac{m}{m^2 - 1}, \forall x \in (1; +\infty)$$

(Không xảy ra do  $\forall x \in (1; +\infty)$ )

Vậy giá trị cần tìm  $m \leq -1$  hoặc  $m \geq \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

Câu 33. Chọn B.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x+1 > 0 \\ x+1 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x \neq 0 \end{cases}$$



$$\text{Xét hàm số } f(x) = x - \frac{2}{\log_3(x+1)}; f'(x) = 1 + \frac{2}{(x+1) \cdot \ln 3 \cdot \log_3^2(x+1)} > 0, \forall x \in (-1; 0) \cup (0; +\infty)$$

Bảng biến thiên

$x$	-1	0	$+\infty$
$y'$		+	+
$y$	-1	$+\infty$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra phương trình  $x - \frac{2}{\log_3(x+1)} = m$  có hai nghiệm phân biệt khi và

chỉ khi  $m > -1$

Casio: Các em xét  $m=0$  có thể dùng Solve hoặc Table thấy thỏa mãn nên khoanh B

Câu 34. Chọn C.

$$\frac{d}{dx} \left( 9\sqrt{x^2+1} + 2\ln(x+\sqrt{x^2+1}) + 5e^x \right) = \frac{ax+b+ce^x\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2+1}} = f(x)$$

Xét  $X=0$

$$\frac{d}{dx} (9\sqrt{x^2+1} + 2\ln(x+\sqrt{x^2+1}) + 5e^x) = \frac{ax+b+ce^x\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2+1}} = f(x)$$

$$\frac{d}{dx} (9\sqrt{x^2+1} + 2\ln(x+\sqrt{x^2+1}) + 5e^x) = \frac{ax+b+ce^x\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2+1}} = f(x)$$

$$f(0) = 7 \Rightarrow b+c=7$$

Xét  $X = -100$

$$\left( \frac{1}{\sqrt{100^2+1}} + 5e^X \right) \Big|_{x=-100} \quad \frac{d}{dx} (9\sqrt{x^2+1} + 21\ln(\dots)) \quad \text{Ans} \times \sqrt{100^2+1}$$

$$-8.979551034 \quad -898$$

$$f(-100) = \frac{-100a+b+ce^{-100}\sqrt{100^2+1}}{\sqrt{100^2+1}} \approx \frac{-100a+b}{\sqrt{100^2+1}} \quad \text{do } e^{-100} \approx 0 \rightarrow ce^{-100}\sqrt{100^2+1} \approx 0$$

$$f(-100)\sqrt{100^2+1} = -100a+b = -898 \rightarrow a=9, b=2 \rightarrow c=5$$

Vậy  $a+b+c=16$

Câu 35. Chọn D.

$$\text{Ta có } MH = MN \Leftrightarrow HN = 2MH \Leftrightarrow \log_a 7 = 2\log_a 7 \Leftrightarrow \log_a 7 = \log_{\sqrt{a}} 7 \Leftrightarrow b = \sqrt{a} \Leftrightarrow a = b^2$$

Câu 36. Chọn A.

Ta có thể tích của khối trụ là  $V_1 = \pi \cdot 13,2 \cdot 6^2 \approx 1806,4$ .

Đường kính hình cầu là  $13,2 - 2,1 = 11,2$  cm, suy ra thể tích của hai nửa khối cầu là

$$V_2 = \frac{4}{3} \pi \cdot 5,6^3 \approx 735,619$$

Vậy lượng thủy tinh làm chiếc đồng hồ gần nhất với giá trị  $1070,8 \text{ cm}^3$ .

Câu 37. Chọn A.

Đặt  $t = \log_3 x$ , khi đó  $x \in (0; +\infty) \Leftrightarrow t \in \mathbb{R}$ .

$$y = \frac{1}{m \log_3 x - 4 \log_3 x + m + 3} \text{ trở thành } y = \frac{1}{mt^2 - 4t + m + 3}$$

Hàm số  $y = \frac{1}{m \log_3 x - 4 \log_3 x + m + 3}$  xác định trên khoảng  $(0; +\infty)$  khi và chỉ khi hàm

số  $y = \frac{1}{mt^2 - 4t + m + 3}$  xác định trên  $\mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow f(t) = mt^2 - 4t + m + 3 \text{ vô nghiệm}$$

$$\Leftrightarrow \Delta' = 4 - m^2 - 3m < 0 \Leftrightarrow m < -4; m > 1.$$

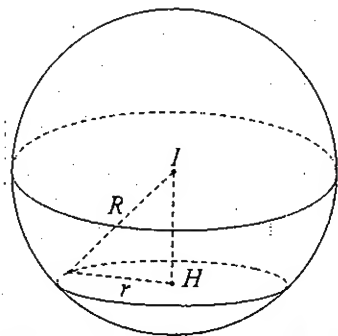
Câu 38. Chọn C.

Mặt phẳng  $(Oxz): y = 0$ .

$$I \in \Delta: \frac{x}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z}{2} \Rightarrow I(t; -3+t; 2t)$$

Gọi  $H$  là hình chiếu của  $I$  lên mặt phẳng  $(Oxz)$ .

$R, r$  lần lượt là bán kính mặt cầu và bán kính



đường tròn giao tuyến. Theo bài ta có

$$IH = d(I, (Oxz)) = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{8 - 4} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{|-3+t|}{1} = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ t=5 \end{cases}$$

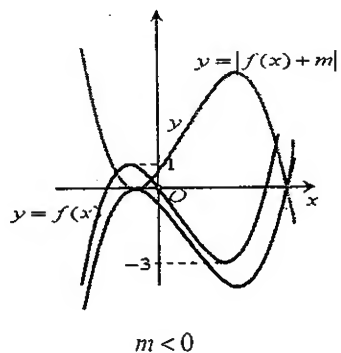
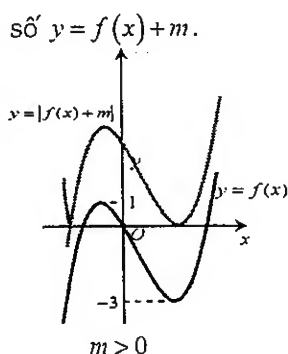
Với  $t=1 \Rightarrow I(1; -2; 2)$ , với  $t=5 \Rightarrow I(5; 2; 10)$ .

Câu 39. Chọn A.

Nhận xét: Đồ thị hàm số  $y = |f(x) + m|$  gồm hai phần:

- Phần 1 là phần đồ thị hàm số  $y = f(x) + m$  nằm phía trên trục hoành;
- Phần 2 là phần đối xứng của đồ thị hàm số  $y = f(x) + m$  nằm phía dưới trục hoành qua trục hoành.

Dựa vào đồ thị của hàm số  $y = f(x)$  đã cho hình bên ta suy ra dạng đồ thị của hàm số  $y = |f(x) + m|$ .



Khi đó hàm số  $y = |f(x) + m|$  có ba điểm cực trị khi và chỉ khi đồ thị hàm số  $y = f(x) + m$  và trục hoành tại nhiều nhất hai điểm chung

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 + m \leq 0 \\ -3 + m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 3 \end{cases}$$

Cách 2: Ta có

$$y = |f(x) + m| = \sqrt{(f(x) + m)^2}$$

$$y' = \frac{f'(x) \cdot (f(x) + m)}{\sqrt{(f(x) + m)^2}}$$

Để tìm cực trị của hàm số  $y = |f(x) + m|$ , ta tìm  $x$  thỏa mãn  $y' = 0$  hoặc  $y'$  không xác

$$\text{định} \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = 0 & (1) \\ f(x) = -m & (2) \end{cases}$$

Dựa vào đồ thị ta có (1) có hai điểm cực trị  $x_1, x_2$  trái dấu. Vậy để đồ thị hàm số có 3 cực trị thì (2) có một nghiệm khác  $x_1, x_2$ .

Dựa vào đồ thị ta có điều kiện:  $\begin{cases} -m \geq 1 \\ -m \leq -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 3 \end{cases}$  nên chọn đáp án A.

**Câu 40. Chọn A.**

Ta có véc - tơ chỉ phương của đường thẳng  $\Delta$  là  $\vec{u}(1;1;2)$

Véc - tơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(\beta): x + y - 2z - 1 = 0$  là  $\vec{n}(1;1;-2)$ .

Vì  $(\alpha)$  là mặt phẳng chứa đường thẳng  $\Delta$  có phương trình  $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$  và vuông góc với mặt phẳng  $(\beta): x + y - 2z - 1 = 0$  nên  $(\alpha)$  có một véc - tơ pháp tuyến là  $\vec{n}_\beta = [\vec{u}, \vec{n}] = (-4; 4; 0) = 4(1; -1; 0) = 4\vec{a}$

Gọi  $d = (\alpha) \cap (\beta)$ , suy ra  $d$  có véc - tơ chỉ phương là  $\vec{u}_d = [\vec{a}, \vec{n}] = (2; 2; 2) = 2(1; 1; 1)$ .

Giao điểm của đường thẳng  $\Delta$  có phương trình  $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$  và mặt phẳng  $(\beta): x + y - 2z - 1 = 0$  là  $I(3; 2; 2)$ .

Suy ra phương trình đường thẳng  $d: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 + t \\ z = 2 + t \end{cases}$

Vậy  $A(2; 1; 1)$  thuộc đường thẳng  $d$ .

**Câu 41. Chọn D.**

Các em để ý nó đúng tới số rất to là 2017 vậy thì quy luật của nó cũng đúng tới 7 do đó ta sẽ đơn giản hóa bài toán thành:  $P(x) = (1+x)(1+2x)(1+3x)(1+4x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4$

Tính  $T = a_2 + \frac{1}{2}(1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2)$ .

$$\text{A. } \left(\frac{3.4}{2}\right)^2 \quad \text{B. } \left(\frac{4.5}{2}\right)^2 \quad \text{C. } \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3.4}{2}\right)^2 \quad \text{D. } \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{4.5}{2}\right)^2$$



$$\begin{cases} OH \perp AB \quad (AB \perp (SOI)) \\ OH \perp SI \end{cases} \Rightarrow OH \perp (SAB) \Rightarrow d(O; (SAB)) = OH = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Tam giác  $SOI$  vuông tại  $O$  ta có:

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OI^2} \Rightarrow SO = \frac{OH \cdot OI}{\sqrt{OI^2 - OH^2}} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a}{\sqrt{a^2 - \frac{3a^2}{4}}} = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3} a\sqrt{3} \cdot 4a^2 = \frac{4a^3\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 43. Chọn C.

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = \cos 2x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \frac{\sin 2x}{2} \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó } \int_0^1 x \cos 2x dx = \frac{x \sin 2x}{2} \Big|_0^1 - \frac{1}{2} \int_0^1 \sin 2x dx = \frac{1}{4} (2 \sin 2 + \cos 2 - 1).$$

Vậy  $a - b + c = 0$ .

Casio: Các em chọn  $c = \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$  sau đó tiến hành dò a nguyên để b nguyên

$$4 \int_0^1 x \cos(2x) dx \rightarrow A$$

$$0.4024480171$$

$$b = \frac{A - c - a \sin 2}{\cos 2}$$

Xét  $c = 1$

$$\text{MODE } 7 \quad \text{ALPHA} \quad (-) \quad = \quad 1 \quad = \quad \text{ALPHA} \quad ) \quad \sin \quad 2 \quad ) \quad \text{COS} \quad 2 \quad )$$

$$f(x) = \frac{A - 1 - x \sin(2)}{\cos(2)}$$

$$\text{MODE } 9 \quad \text{MODE } 9 \quad \text{MODE } 1 \quad \text{MODE}$$

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline \text{F(X)} & \text{F(X)} & \text{F(X)} \\ \hline -9 & -18.22 & \\ -8 & -17.10 & \\ -7 & -13.85 & \\ \hline \end{array}$$

$$-16.04440271$$

Không có giá trị nguyên các em xét tiếp  $c = -1$



$$f(X) = \frac{A - (-1) - XSi}{\cos(2)} \rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \\ 3 & 3 \end{vmatrix} \quad \text{K} \quad \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \\ 3 & 3 \end{vmatrix} \quad \text{Math}$$

1

Vậy  $a=2, b=1, c=-1 \rightarrow C$

Câu 44. Chọn A.

Gọi  $I(a; b; c)$  là tâm mặt cầu.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} |a-1| = |b+1| (*) \\ |a-1| = |c-1| (**) \\ (a-1)^2 = (a-2)^2 + (b+2)^2 + (c-5)^2 (***) \end{cases}$$

$$\text{Từ } (*) \Rightarrow \begin{cases} b = -c \\ b + c + 2 = 0 \end{cases}$$

Xét  $b = -c$ :

$$\text{- Từ } (**) \Rightarrow \begin{cases} a = c \\ a + c = 2 \end{cases}$$

$$\text{- Với } a = c \text{ thay vào } (***) \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = -4 \Rightarrow R = |a-1| = 3 \\ c = 4 \end{cases}$$

Tương tự các trường hợp khác. Chọn A

Câu 45. Chọn C.

Theo đề bài ta có:  $\begin{cases} k \cdot a^2 = 3\% \\ k \cdot a^5 = 10\% \end{cases} (1)$ . Cần tìm  $t$  thỏa mãn  $k \cdot a^t = 20\%$ .

$$\text{Từ (1)} \Rightarrow k = \frac{3\%}{a^2} \text{ và } a = \sqrt[3]{\frac{10}{3}}. \text{ Khi đó } k \cdot a^t = 20\% \Rightarrow \frac{3\%}{a^2} \cdot a^t = 20\% \Rightarrow a^{t-2} = \frac{20}{3}$$

$$\Rightarrow t = 2 + \log_{\sqrt[3]{\frac{10}{3}}} \frac{20}{3} \Rightarrow t \approx 6,7.$$

Câu 46. Chọn C.

Ta có  $x \geq 3; y \geq -3 \Rightarrow x+y \geq 0$

$$x+y = 2(\sqrt{x-3} + \sqrt{y+3}) \Leftrightarrow (x+y)^2 = 4(x+y) + 8\sqrt{x-3} \cdot \sqrt{y+3} \geq 4(x+y) \Leftrightarrow \begin{cases} x+y \geq 4 \\ x+y \leq 0 \end{cases}$$

Xét  $x+y \geq 4$

$$\text{Mặt khác } x+y = 2(\sqrt{x-3} + \sqrt{y+3}) \leq 2\sqrt{2(x+y)} \Leftrightarrow x+y \leq 8 \Rightarrow x+y \in [4; 8].$$

Xét biểu thức  $P = 4(x^2 + y^2) + 15xy = 4(x+y)^2 + 7xy \geq 16(x+y) + 7xy = 7x(y+3) + 16y - 5x$ .

Do  $4(x+y)^2 = 4(x+y) \cdot (x+y) \geq 16(x+y)$

Mà  $\begin{cases} y+3 \geq 0 \\ y \geq 4-x \end{cases} \Rightarrow P \geq 16(4-x) - 5x = 64 - 21x$ , kết hợp với

$$x+y \geq 4 \Rightarrow x \in [3; 7] \Rightarrow 64 - 21x \geq -83$$

Xét  $x+y=0 \Rightarrow x=3; y=-3 \Rightarrow P=-63$

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P$  là  $-83$ .

**Câu 47. Chọn A.**

Đặt  $z = a+bi, (a, b \in \mathbb{R}, i^2 = -1)$

Theo đề ta có:

$$|(a+bi)+2-2i| = |(a+bi)-4i| \Leftrightarrow |(a+2)+(b-2)i| = |a+(b-4)i|$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(a+2)^2 + (b-2)^2} = \sqrt{a^2 + (b-4)^2} \Leftrightarrow (a+2)^2 + (b-2)^2 = a^2 + (b-4)^2$$

$$a^2 + 4a + 4 + b^2 - 4b + 4 = a^2 + b^2 - 8b + 16 \Leftrightarrow b = 2 - a$$

$$\text{Khi đó, } |w| = |i(a + (2-a)i) + 1| = \sqrt{(1-(2-a))^2 + a^2} = \sqrt{2\left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}} \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$$

**Casio :** Các em CALC nhanh ra phương trình :

CALC 0=

CALC 1=

CALC i=

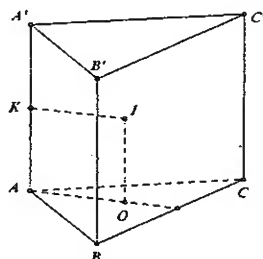
<small>CMPLX</small> $ X+2-2i ^2 -  X-4i ^2$ -8	<small>CMPLX</small> $ X+2-2i ^2 -  X-4i ^2$ -4	<small>CMPLX</small> $ X+2-2i ^2 -  X-4i ^2$ -4
--	--	--

Ta có phương trình :  $4x+4y-8=0 \Leftrightarrow x+y=2 \rightarrow y=2-x$

$$w = iz + 1 = i(x + yi) + 1 = 1 - y + xi \rightarrow |w| = (1-y)^2 + x^2 = (1+x)^2 + x^2 = 2x^2 + 2x + 1$$

$$|w|_{\min} \Leftrightarrow x = \frac{-1}{2} \rightarrow |w|_{\min} = \frac{1}{2}. \text{ Vậy khoảng đáp án C}$$

**Câu 48. Chọn B.**



Để thấy tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện  $AB'C'C$  cũng là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối lăng trụ đứng đã cho.

Gọi  $O$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ .

Đường thẳng qua  $O$  vuông góc với  $(ABC)$  cắt mặt phẳng trung trực của  $AA'$  tại  $I$ .

Khi đó  $I$  là tâm mặt cầu ngoại tiếp.

$$\text{Mặt khác } \cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2 \cdot AB \cdot AC} = -\frac{1}{2}$$

$$\text{Ta có: } R_{ABC} = \frac{BC}{2 \sin A} = \frac{a\sqrt{3}}{2 \cdot \sin 120^\circ} = a. \text{ Do đó: } R = IA = \sqrt{OI^2 + OA^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}.$$

**Câu 49. Chọn B.**

$$\text{Chọn } f(x) = (x^2 - 1)(x^2 - 2x) = x^4 - 2x^3 - x^2 + 2x \rightarrow a=1, b=-2, c=-1, d=2, e=0$$

$$\Rightarrow g(x) = (4x^3 - 6x^2 - 2x + 2)^2 - 2(6x^2 - 6x - 1) \cdot (x^4 - 2x^3 - x^2 + 2x)$$

Các em dùng Table hoặc Solve

$$\left( \left( 4 \right) \left( \text{ALPHA} \right) \left( \right) \left( \text{SHIFT} \right) \left( x^2 \right) \left( - \right) \left( 6 \right) \left( \text{ALPHA} \right) \left( \right) \left( x^2 \right) \left( - \right) \left( 2 \right) \left( \text{ALPHA} \right) \left( \right) \left( + \right) \left( 2 \right) \left( \right) \left( x^2 \right) \left( - \right) \left( 2 \right) \left( \left( 6 \right) \left( \text{ALPHA} \right) \right) \right) \left( x^2 \right) \left( - \right) \left( 6 \right) \left( \text{ALPHA} \right) \left( \right) \left( - \right) \left( 1 \right) \left( \right) \left( \left( \text{ALPHA} \right) \right) \left( x^4 \right) \left( - \right) \left( 2 \right) \left( \text{ALPHA} \right) \left( \right) \left( \text{SHIFT} \right) \left( x^2 \right) \left( - \right) \left( \text{ALPHA} \right) \left( \right) \left( x^2 \right) \left( + \right) \left( 2 \right) \left( \text{ALPHA} \right) \left( \right) \left( \right)$$

$$f(x) = x^4 - x^2 + 2x$$

$$\left( \right) \left( - \right) \left( 7 \right) \left( \right) \left( \right) \left( 7 \right) \left( \right) \left( \right) \left( 0 \right) \left( \right) \left( \right) \left( 5 \right) \left( \right) \left( \right)$$

	Math	Math
8	-3.5	15
9	-3	16
10	-2.5	17
	2565.5	0.5
	6676	2.8125

Các em thấy Table dấu biểu thức không đổi hay Solve cũng báo can't solve nên phương trình vô nghiệm

Câu 50. Chọn D.

$$\text{Có } V_{A'B'C'CB} = \frac{2}{3}V = V_{M.B'C'CB}.$$

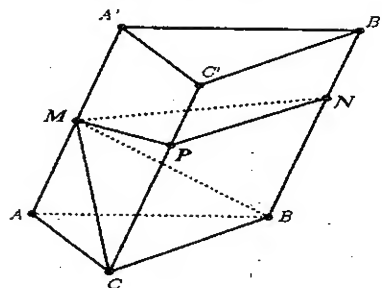
$$\text{Đặt : } V_1 = V_{M.NPCB} = \frac{1}{3}d(M, (CC'B'B)) \cdot S_{NPCB}$$

$$= \frac{1}{3}d(M, (CC'B'B)) \cdot \frac{2}{3}S_{CC'B'B} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3}d(M, (CC'B'B)) \cdot S_{CC'B'B} = \frac{2}{3}V_{M.CC'B'B} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3}V = \frac{4}{9}V$$

$$V_2 = V_{M.ABC} = \frac{1}{3}d(M, (ABC)) \cdot S_{ABC}$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}d(A', (ABC)) \cdot S_{ABC} = \frac{1}{6}V$$

$$\text{Vậy } V_{ABC.MNP} = V_1 + V_2 = \frac{4}{9}V + \frac{1}{6}V = \frac{11}{18}V$$



Như vậy là nội dung sách đã kết thúc tuy nhiên anh vẫn tiếp tục đồng hành cùng em trong các video kèm sách, trong group kín, trong khóa LiveStream 7 ngày cuối tổng ôn tập học cùng anh, do đó hãy cố gắng lên em nhé ! Hạ gục thật nhiều đề thi hơn nữa!

Sư Phụ: Nguyễn Thế Lực

Hà Nội, ngày 5/3/2018